MÉMOIRE

SUR

L'APPLICATION DES PRINCIPES

DE LA MÉCHANIQUE

A LA CONSTRUCTION DES VOUTES

ET DES DOMES.

MÉMOIRE

SUR L'APPLICATION

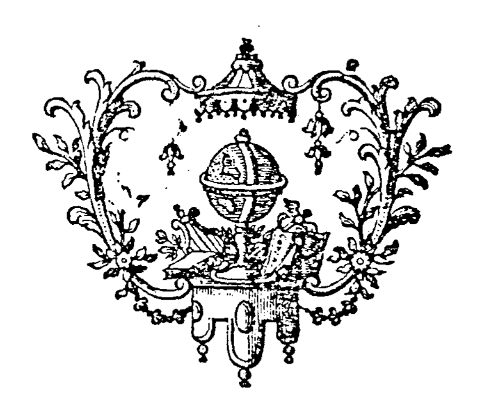
DES PRINCIPES DE LA MÉCHANIQUE

A LA CONSTRUCTION

DES VOUTES ET DES DOMES,

Dans lequel on examine le Problême proposé par M. PATTE, relativement à la construction de la Coupole de l'Eglise Sainte-Genevieve de Paris.

Par M. GAUTHEY, Sous-Ingénieur des Etats de Bourgogne, de l'Académie des Sciences, Arts & Belles-Lettres de Dijon.



A DIJON,

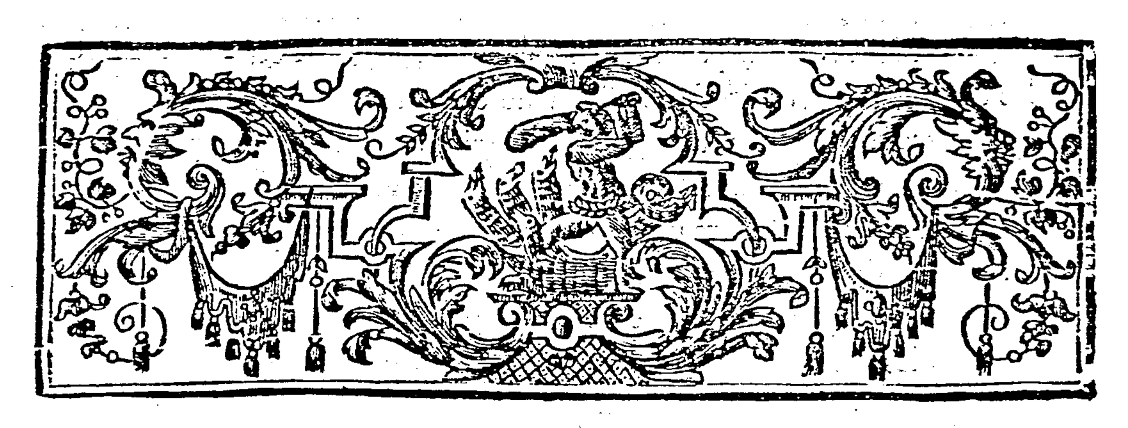
De l'Imprimerie de LOUIS-NICOLAS FRANTIN, Imprimeur du Roi, rue Saint-Étienne.

Et se vend, A PARIS,

Chez CLAUDE-ANTOINE JOMBERT, fils aîné, Libraire rue Dauphine.

M. DCC. LXXI.

AVEC APPROBATION ET PERMISSION.



MÉMOIRE
SUR L'APPLICATION DES PRINCIPES
DE LA MÉCHANIQUE
A LA CONSTRUCTION DES VOÛTES,

Dans lequel on examine le Problême proposé par M. Patte, relativement à la construction de la Coupole de l'Eglise de Sainte-Genevieve de Paris.

LES Sciences ont entre elles des rapports généraux, qui les unissent toutes par une correspondance immédiate : cette liaison est une loi de la Nature, si nécessaire & si constante, que nos connoissances ne se perfectionnent jamais que par les lumieres réciproques qu'elles se prêtent; mais leur utilité ne se borne pas à se prêter des secours mutuels, ce n'est que par leur moyen que l'on peut établir quelque certitude dans les principes d'après lesquels on dirige les opérations des Arts; si elles n'ont pas toujours paru contribuer à leur invention, il est du moins certain qu'elles les ont perfectionnés, toutes les fois qu'on leur en a fait une application éclairée.

Parmi les Arts qui paroissent le plus susceptibles d'être guidés par les Sciences, l'Architecture est un de ceux auxquels on peut appliquer avec le plus d'avantage les principes mathématiques & surtout les regles de la Méchanique; cependant il semble que les Architectes n'aient jamais eu d'autres guides, dans les préceptes qu'ils ont donnés, que leur goût seul ou leur génie, & ce n'est qu'après de longs tâtonnements & à travers les erreurs mêmes des Artistes les plus fameux, que quelques Mathématiciens ont enfin apperçu les principes les plus importants de la construction des édifices, Art d'autant plus utile, que toutes les autres parties de l'Architecture en dépendent essentiellement : c'est ainsi que M. de la Hire, en considérant la diversité des moyens que les Architectes avoient employés pour construire des Voûtes, reconnut qu'ils ne s'étoient point aidés des préceptes d'une théorie approfondie. S'il fut étonné que le génie seul eût pu les élever jusqu'à oser suspendre, pour ainsi dire, sur quelques points d'appui, des Dômes immenses, des voûtes sur des voûtes; il ne fut pas moins frappé de la différence d'épaisseur, que chacun d'eux avoit imaginé nécessaire pour leurs piédroits; il pressentit qu'il devoit exister dans la Nature une loi précise pour régler cette épaisseur, il conçut aussi-tôt le dessein d'en faire la recherche, & de prescrire des regles sur lesquelles on pût s'appuyer avec confiance dans toutes les circonstances où l'on auroit des voûtes à élever.

Ce sont ces mêmes regles dont M. Patte s'est servi pour en faire l'application à la coupole de l'Eglise de Sainte-Genevieve, en tâchant de prouver *que les piliers déjà exécutés & destinés à la porter, n'avoient pas les dimensions nécessaires pour espérer d'y élever un semblable ouvrage avec solidité :* mais en consultant ces regles, il en a fait une fausse application, il s'en est même écarté totalement.

En effet, on a peine à concevoir pourquoi, sans avoir proposé aucun doute sur les formules reçues, & même après avoir déterminé l'épaisseur des murs de ce dôme suivant la méthode de M. de la Hire, il propose sérieusement de doubler le résultat de ses calculs :

il eſt encore plus ſurprenant qu'il ait cru pouvoir établir l'impoſſibilité de conſtruire cet édifice, ſur la comparaiſon qu'il en fait avec d'autres, de même nature, dont les proportions très-différentes entre elles, ne peuvent avoir été dirigées par une bonne théorie, puiſqu'ils ont été élevés avant que l'on eût aucune connoiſſance démontrée, ſur le véritable effet de la pouſſée des voûtes. On ſent combien cette maniere de décider eſt ſujette à erreur; ſur-tout combien elle ſeroit préjudiciable au progrès de cet Art utile, ſi elle pouvoit être adoptée par les gens inſtruits.

Les Auteurs qui ont écrit ſur la théorie de cette matiere, ont agi bien différemment. Loin d'aſſujettir les Architectes à une ſervile imitation, ils ont cherché à donner encore plus d'eſſor à leur génie; en établiſſant des principes ſûrs pour régler les piédroits des voûtes, ils ont indiqué de nouveaux moyens pour en ériger de plus hardies que celles qui avoient été conſtruites avant eux.

Ainſi, loin d'être blâmé pour n'avoir pas ſervilement ſuivi les exemples qu'ont laiſſé les Architectes qui l'ont précédé, celui qui aura conçu le projet le plus conforme aux regles établies par une ſaine théorie, ſera digne des louanges que méritent tous ceux qui ſe diſtinguent par les progrès qu'ils font dans leur Art : cet hommage appartiendra naturellement à l'Architecte de l'Egliſe de Sainte-Genevieve de Paris, s'il réſulte de la ſolution du Problême propoſé, que les dimenſions des piliers deſtinés à porter la coupole de cette Egliſe, ſont ſuffiſantes, quoique beaucoup plus foibles que celles de tous les piliers qui ont été conſtruits juſqu'à ce jour pour des édifices ſemblables.

Comme c'eſt de la preuve de cette vérité, ſi fortement conteſtée par M. Patte, que dépend la déciſion de cette queſtion, on ſe propoſe de faire voir que, dans ſon Mémoire contre le ſuccès de cette Coupole, cet Architecte n'a pas fait une juſte application des exemples ſur leſquels il fonde ſa critique, & qu'il n'a pas raiſonné conſéquemment aux principes des Savants qu'il a pris pour ſes guides.

On s'attachera d'abord à examiner les principes de la théorie des voûtes, & à les considérer sous un nouveau point de vue : persuadé qu'une application particuliere des principes mathématiques à la construction de ces édifices ne peut que contribuer au progrès de cet Art. On fera voir ensuite que les regles de la théorie, & les exemples cités dans le Mémoire qu'on examine, n'autorisent point les objections qu'il contient; enfin, on prouvera par les mêmes exemples, & suivant les mêmes principes, que les piliers qui sont construits près du centre de l'Eglise de Sainte-Genevieve, pourroient supporter un édifice plus considérable que ne doit l'être le Dôme projeté.

§. I.

Discussion des principes de la poussée des Voûtes.

Monsieur Patte annonce qu'*il ne sauroit y avoir de doute sur la certitude des principes qui servent à établir l'épaisseur des piédroits des voûtes, & que ce sont des vérités mathématiques.*

On ne contestera pas qu'il ne soit très-sage & très-prudent de suivre les formules qui ont été données à ce sujet; mais aussi il est permis de n'être pas tellement persuadé de la certitude des principes sur lesquels ces formules ont été établies, que l'on soit obligé de regarder comme une vérité incontestable, qu'une voûte s'écroulera infailliblement si, en la construisant, on ne les suit pas avec la plus scrupuleuse exactitude : on se tromperoit encore davantage, si l'on craignoit de courir quelques risques en ne donnant pas aux piédroits qui soutiennent des voûtes, une épaisseur plus grande que celle qui se trouve déterminée par ces calculs.

Pour faire sentir jusqu'à quel point on doit avoir égard aux résultats de ces formules, il est important d'examiner attentivement la théorie qui leur sert de fondement; on s'assurera d'abord qu'elle est établie sur des hypotheses qui sont éloignées de la vérité, & l'on sera bientôt convaincu que, loin d'être absolument obligé d'augmenter les épaisseurs des piédroits déterminées par ces formules,

on pourroit en diminuer quelque chose, sans que pour cette raison les voûtes en subsistassent avec moins de solidité.

Pour simplifier les données de ce problême, les Mathématiciens ont fait des suppositions qui ne peuvent presque jamais avoir lieu; ils ont même négligé de faire entrer en considération plusieurs circonstances qui donnent réellement beaucoup d'avantage à la puissance agissante : mais ils ont eu d'autant moins d'égard à ces objets, que, n'établissant leur théorie que pour l'appliquer à la pratique, ils ont mieux aimé que leur formule donnât une épaisseur trop grande, que de la déterminer dans toute la rigueur mathématique [1].

[1] Rien ne prouve mieux que ces principes ne sont pas des vérités mathématiques, que la diversité des systêmes des Auteurs qui ont voulu résoudre ce problême.

M. de la Hire, qui avoit d'abord établi une hypothese en cherchant la pesanteur que doit avoir chacun des voussoirs pour résister à la pression des voussoirs voisins, y fit quelques changemens quand il voulut résoudre le problême dans toute son étendue.

M. Couplet résolut ensuite, sur la poussée des voûtes, plusieurs problêmes très-curieux pour des Mathématiciens; mais qui ne peuvent pas être d'un grand usage dans la pratique de l'Architecture, parce que les voûtes ne sont pas réellement, comme il les a considérées avec M. de la Hire, un assemblage de voussoirs qui n'ont entr'eux aucune liaison & qui sont parfaitement polis : cette hypothese parut si fausse à M. Couplet lui-même, que, pour se rapprocher de la pratique, il en suivit l'année d'après une nouvelle, en supposant que la surface des lits des voussoirs étoit tellement grenue & raboteuse qu'ils ne pouvoient glisser, mais seulement rouler autour de leur point d'appui.

M. Danisy, Académicien de Montpelier, crut, en consultant l'expérience, n'avoir besoin d'aucune hypothese pour résoudre le problême de la poussée des voûtes : il fit à cet effet des modeles de voûtes qu'il chargeoit différemment & dont il diminuoit à volonté l'épaisseur & la hauteur des piédroits. Quoique cette méthode paroisse bonne, elle s'éloigne cependant de la réalité, en ce que les voûtes qu'il considéroit n'avoient aucune liaison entre leur différentes parties. Cet Auteur en tira même des conséquences fausses, à en juger par la regle de pratique qu'il donna, suivant laquelle il ne tenoit aucun compte de la hauteur des piédroits.

Le Pere Deran, qui a été suivi par Blondel, par Deschalles & par Delarue, avoit aussi donné une regle pratique pour fixer l'épaisseur des piédroits des voûtes. M. Gauthier qui trouva celle de M. de la Hire trop hors de la portée des ouvriers, en donna une autre; mais aucun de ces Auteurs n'avoit fondé son systême sur des démonstrations : aussi leurs méthodes sont-elles visiblement fautives, puisque ni les uns ni les autres n'ont eu aucun égard à la hauteur des piédroits, d'où la résolution du problême ne dépend pas moins, que du diamêtre des voûtes.

De toutes les regles & formules que l'on a données ſur cette matiere, celle de M. de la Hire eſt la ſeule qui ait prévalu chez les Savants, & eſt le plus univerſellement adoptée.

Cet Auteur obſerve que les voûtes dont les piédroits n'ont pas une épaiſſeur ſuffiſante pour réſiſter à la pouſſée, ſe fendent ordinairement vers le milieu des reins; il conſidere la partie du ſommet qui forme la moitié de la voûte, comme un coin qui tend par ſon poids à écarter les deux autres parties, qu'il regarde comme tellement adhérentes aux piédroits, qu'elles ne font avec eux, qu'un ſeul & même corps juſques ſur leur fondement. Il remarque enſuite que dans cette ſuppoſition la voûte ne peut ſe fendre, que le coin ne deſcende de quelque choſe, & qu'il n'agiſſe pour faire écarter les piédroits par le deſſus; & ſuppoſant encore qu'il ne ſe fait aucun frottement ſur les lits des vouſſoirs ſur leſquels le coin tend à gliſſer, il déduit des principes de la Méchanique, l'épaiſſeur que l'on doit donner aux piédroits des voûtes pour réſiſter à leur pouſſée [2].

[2] Je prendrai pour exemple une voûte terminée en plate-forme, parce que le calcul en eſt plus aiſé. Après avoir décrit (Fig. 1re.) un arc concentrique qui paſſe par le milieu de l'épaiſſeur de la clef, & élevé les perpendiculaires LO, DF, les points D & L ſeront conſidérés comme les centres d'impreſſions ſur leſquels le coin agit également de part & d'autre, ſuivant les directions DF, LO: ainſi il ſuffira d'avoir égard à la moitié du coin, depuis le point D, juſqu'au ſommet de la voûte, puiſque l'on appliquera les mêmes raiſonnemens à l'autre moitié. Suppoſant enſuite la peſanteur des piédroits jointe à la premiere partie de la voûte réunie à leur centre de gravité en M, la queſtion eſt réduite à trouver le bras HG, d'un levier recourbé HGE, à l'une des extrémités duquel ſeroit le poids H égal à la peſanteur du piédroit XV, & à l'autre extrémité E, une puiſſance qui tireroit obliquement au levier, & qui ſeroit égale à l'effort que fait le coin pour écarter le piédroit XV.

Or il eſt démontré en Méchanique, que l'effort que fait le coin, au point D, eſt à la puiſſance qui le chaſſe (qui eſt ici ſa peſanteur que l'on peut exprimer par ſon profil UVQL) comme AD eſt à AR; ainſi cet effort ou la puiſſance agiſſante ſera $\frac{UVQL \times AD}{AR}$. Si l'on nomme $2nn$, cette ſuperficie du coin, & que l'on faſſe $AR = 2a$, $AD = b$, G & h, $= GV = d$, $ZC = c$, & $XG = y$, on aura d'abord la puiſſance agiſſante $= \frac{2bnn}{2a} = \frac{bnn}{a}$.

Conſidérant enſuite que les triangles AKD, D&E, EFG, ſont ſemblables, & que l'on a $D\& = Zc = c + y = E\&$, on aura $GE = G\& - E\& = h - c - y$; & faiſant $h - c = f$, on aura $GE = f - y$. On a auſſi à cauſe des triangles ſemblables

On ſuit ici la même marche que M. de la Hire a ſuivie pour réſoudre ce problême, afin d'avoir lieu de faire quelques obſervations ſur les différentes ſuppoſitions qu'il a employées, & pour démontrer que toutes ces ſuppoſitions ſont entiérement à l'avantage de la puiſſance agiſſante.

En effet, lorſque l'on a conſidéré que les ruptures des voûtes ſe faiſoient au milieu de leurs reins, ce n'eſt pas que l'on ne ſût qu'il arrive quelquefois, qu'elles ſe fendent dans d'autres points; mais on démontrera, du moins pour les voûtes en plein ceintre, que lorſqu'elles ſe fendent en cet endroit, elles pouſſent davantage que ſi elles ſe fuſſent rompues par-tout ailleurs : par conſéquent, en calculant d'après cette ſuppoſition, on a pris le cas le plus déſavantageux qui puiſſe arriver dans leur rupture, & l'on a donné les moyens les plus puiſſans pour prévenir ces accidens [3].

M. Belidor d'après qui j'ai fait le calcul de la pouſſée, ſuppoſe que le centre d'impreſſion ſe trouve ſur le milieu de la longueur des vouſſoirs, c'eſt auſſi de cette maniere que M. Patte l'a conſidéré, & il eſt certain que cela peut bien arriver ainſi avant que la voûte ſe ſoit entiérement fendue; mais pour peu que la partie ſupérieure deſcende, toute l'impreſſion ſe fait ſur l'arête du vouſſoir qui reſte joint aux piédroits : alors le bras de levier de la puiſ-

AD . AK :: GE . GF, par conſéquent $b . a :: f - y . GF = \frac{af - ay}{b}$ qui ſera le bras de levier de la puiſſance agiſſante.

La puiſſance réſiſtante ſera exprimée par la ſuperficie XGVQC que l'on ſuppoſe pour plus de facilité $= XGVS = dy$.

Son bras de levier HC ſera $= \frac{1}{2}y$.

De ſorte que l'on aura $\frac{bnn}{a} \times \frac{af - ay}{b} = dy \times \frac{y}{2}$, d'où l'on tire $\overline{f - y} \times \frac{2nn}{d} = yy$ qui eſt une équation du ſecond dégré dont la racine $y = \sqrt{\frac{2dfnn \times n^4}{dd}} \frac{nn}{d}$ eſt la formule dont on ſe ſert pour trouver les piédroits des voûtes.

[3] Si l'on fait le calcul pour une voûte extradoſſée & en plein ceintre, qui ait vingt pieds de diametre, dix pieds de hauteur de piédroits & deux pieds d'épaiſſeur; on trouvera qu'en ſuppoſant que la rupture dût ſe faire exactement au milieu des reins, l'épaiſſeur des piédroits devroit être de 4 pieds 8 pouces 3 lignes.

Mais ſi l'on ſuppoſoit qu'elle dût ſe faire à un pied au deſſus, on trouveroit alors que l'épaiſſeur qu'il conviendroit de donner à ces piédroits pour réſiſter à la pouſſée, ſeroit de 4 pieds 7 pouces 6 lignes; & ſi l'on eût ſuppoſé que cette rupture eût dû ſe faire à un pied au deſſous, alors on auroit trouvé que cette épaiſſeur auroit dû être de 4 pieds 6 pouces 1 ligne.

ſance agiſſante ſera moins grand qu'on ne l'a ſuppoſé pour faire le calcul [4].

Mais ce qui doit entiérement raſſurer ceux qui craindroient de ſe régler dans la pratique ſur la formule de M. de la Hire; c'eſt qu'il a ſuppoſé que, lorſque le coin gliſſoit contre les vouſſoirs, il ne ſe faiſoit point de frottement, & que leurs ſurfaces étoient exactement polies : il n'a certainement pris ce parti, qu'afin que le réſultat de ſes calculs donnât une épaiſſeur qui fût plus que ſuffiſante pour réſiſter à la pouſſée, il ſavoit que non ſeulement ces ſurfaces ſont entiérement raboteuſes, mais qu'elles ſont encore liées par les mortiers, ce qui augmente beaucoup leur adhérence.

Pour ſe former une idée préciſe de cette hypotheſe & pour ſentir combien elle eſt à l'avantage de la puiſſance agiſſante, il eſt aiſé de voir qu'elle ne ſeroit exactement vraie, que dans le cas où, au lieu de mortier, on auroit placé entre les deux vouſſoirs qui ſont au milieu des reins, de petites boules extrêmement dures, telles que ſeroit de la potée de fer fondu; ce ſeroit alors que ces petites boules interromproient non ſeulement toute liaiſon, mais encore qu'elles ſupprimeroient abſolument le frottement, que des ſurfaces, quelque polies que l'on puiſſe les ſuppoſer, auront toujours néceſſairement lorſqu'elles gliſſeront les unes ſur les autres.

On voit combien une ſemblable ſuppoſition eſt éloignée de la maniere ordinaire de conſtruire; cependant, ſi en l'admettant ainſi que les précédentes, dans toute leur étendue, il eſt encore démontré que le poids des piédroits dont l'épaiſſeur ſe trouve déterminée par

[4] Pour abréger le calcul de la formule, on a ſuppoſé le centre de gravité du piédroit en M au milieu de la largeur de ce piédroit, tandis qu'il eſt réellement plus éloigné de la ſurface intérieure du mur que de la ſurface extérieure, à cauſe du triangle mixte YQC qui fait ſaillie du côté de l'intrados de la voûte, & augmente la longueur du bras de levier HG de la puiſſance réſiſtante. On a encore ſuppoſé que la voûte ſe fendroit ſuivant les lignes QV, IU, tendantes au centre, tandis qu'il eſt bien plus naturel de penſer que lorſque la rupture ſe ſera faite le long des vouſſoirs, elle ſuivra plutôt la verticale, que la prolongation de la coupe de ces vouſſoirs; cette circonſtance augmentroit encore le poids du piédroit en diminuant celui de la puiſſance agiſſante.

la

la formule qu'on a rapportée, eſt capable d'empêcher tout écartement, ne doit-on pas être bien tranquille ſur les événemens? Peut-on avoir quelque égard aux craintes de ceux qui n'agiroient que par pratique? Enfin, n'eſt-il pas du moins tout à fait inutile d'augmenter l'épaiſſeur que l'on trouve par le calcul [5].

[5] Si l'on veut ſe rendre compte de combien la puiſſance réſiſtante eſt au deſſus de l'équilibre, en réglant l'épaiſſeur des piédroits des voûtes, ſans avoir égard au frottement, il faut être prévenu que l'on trouve par expérience que pour faire gliſſer une pierre ſur une autre, lorſqu'elle eſt le mieux taillée ſuivant l'uſage, il faut que la puiſſance qui eſt appliquée à la faire avancer, ſoit égale au moins à la moitié de ſon poids, & même aux deux tiers, lorſqu'elle eſt taillée à la groſſe pointe, comme le ſont les lits des vouſſoirs; & que cette puiſſance n'eſt le tiers du poids, que lorſque les pierres qui gliſſent l'une ſur l'autre ſont polies.

Si l'on a deux leviers (Fig. 2) AK, AL, mobiles en A, & qu'à leurs extrémités l'on y applique les puiſſances KJ, LH, qui ſoutiennent une boule appuyée aux points KL, il eſt évident que, ſi le poids de la boule eſt exprimée par AC; afin que le tout ſoit en équilibre, il faudra que les efforts des puiſſances ſoient exprimés par AK, AL: mais, ſi l'on vouloit que ce poids fût aſſez fort pour vaincre les réſiſtances en faiſant écarter les leviers, il ne pourroit le faire qu'en gliſſant ſur ces leviers comme ſur des plans inclinés; & ſi l'on ſuppoſoit que le frottement fût égal à la moitié du poids, comme lorſque deux pierres gliſſent l'une contre l'autre: il faudroit pour lui faire écarter ces leviers, ajouter deux puiſſances AE, AF, qui agiroient ſuivant les directions AL, AK, & qui devroient être chacune égale à la moitié des puiſſances qui tiendroient la boule en équilibre; mais l'on ſait qu'au lieu de ces deux puiſſances, on en peut ſubſtituer une ſeule AG, qui feroit le même effet, & l'on voit par la conſtruction que cette puiſſance AG, qui exprime le frottement, ſeroit égale à la moitié de AC qui exprime le poids.

D'où il ſuit qu'après avoir trouvé, ſuivant la formule de M. de la Hire, l'épaiſſeur des murs qui réſiſteroient à la puiſſance agiſſante, on pourroit encore augmenter cette puiſſance agiſſante d'une moitié en ſus, ſans que les murs fuſſent renverſés.

On peut auſſi conſidérer une puiſſance agiſſante, qui ſeroit aſſez forte pour être prête à renverſer les piédroits d'une voûte, comme ſi elle étoit diviſée en trois parties, dont l'une ſeroit employée à vaincre le frottement, & les deux autres à renverſer les piédroits: ainſi, pour faire le calcul ſuivant cette hypotheſe, il ne faudroit prendre pour la valeur de la puiſſance agiſſante, que les deux tiers du poids du coin, & calculer le reſte à l'ordinaire.

En faiſant le calcul dans l'hypotheſe du frottement pour le piédroit TU (Fig. 1re.) & nommant $PO=p$ $GF=q$ & $PT=y$; on auroit par l'hypotheſe de M. de la Hire $\frac{bnn}{a}q=\frac{dxx}{2}$, & par l'hypotheſe du frottement on aura $\frac{2bnn}{3a}p=\frac{dyy}{2}$, par conſéquent $\frac{bnn}{a}q . \frac{2bnn}{3a}p :: \frac{dxx}{2} . \frac{dyv}{2}$, d'où l'on tire $xx . yy :: 3q . 2p$. Ou bien en ſuppoſant, pour ſimplifier, que $q=p$, ce qui n'eſt pas bien

A l'égard de la résistance qui provient de la tenacité des mortiers, il est évident qu'elle s'oppose considérablement à l'effort de la puissance agissante : ainsi il n'y auroit aucun risque à construire des voûtes, en suivant des formules où l'on feroit entrer dans le calcul la résistance qui provient du frottement, puisque la force qu'il faudroit pour vaincre la tenacité des mortiers, mettroit toujours la puissance résistante au dessus de l'équilibre.

On pourroit peut-être penser que, si l'hypothese de M. de la Hire est favorable à la puissance agissante dans certains cas, elle peut lui être désavantageuse dans quelqu'autre : on pourroit objecter qu'il a supposé que les piédroits sont adhérens à la premiere partie de la voûte, & ne forment qu'un seul corps, tandis qu'il arrive quelquefois que la rupture se fait vers le milieu de la hauteur de ces piédroits.

Mais cette objection est peu importante : s'il arrive effectivement que ces piédroits se rompent vers le milieu ou dans quelqu'autre point de leur hauteur, c'est toujours lorsque le mur est défectueux en ces endroits, & que par cette raison il y a beaucoup moins de tenacité & de résistance que sur les fondations ; car s'il se trouvoit quelque vice important de construction dans la hauteur d'un piédroit, quand même il auroit plus d'épaisseur que ne prescrit la théorie, la rupture ne s'y feroit pas moins : on démontre par le calcul [6] qu'il faudroit une plus grande action à la puissance agis-

éloigné de la vérité lorsque les piédroits sont élevés, on aura $x \,.\, y :: 6 \,.\, 4\frac{9}{10}$ ou environ, comme 6 est à 5 ; de sorte que dans ce cas l'épaisseur du mur trouvée par la formule de M. de la Hire seroit trop forte d'un sixieme.

[6] Si l'on supposoit que le piédroit GV (Fig. 1re.) pût être rompu vers la moitié de sa hauteur au point g, il s'ensuivroit que le bras de levier fg n'étant que la moitié de FG, le *momentum* de la puissance agissante, ne seroit aussi que la moitié de ce qu'il auroit été, si l'on eût supposé le point d'appui en G, il est vrai que la puissance résistante seroit diminuée dans le rapport de gV à GV ; mais comme gV est nécessairement plus grand que la moitié de GV, il s'ensuivra que le *momentum* de cette puissance résistante ne seroit pas diminuée de moitié, & que par conséquent il l'emporteroit toujours sur celui de la puissance agissante : il est cependant vrai que lorsque la voûte a peu d'épaisseur, & qu'elle n'est pas chargée sur ses reins, il

ſante, pour faire rompre le piédroit vers quelque point que ce ſoit de ſa hauteur, que pour le faire tourner ſur ſon point d'appui.

On pourroit objecter encore que les voûtes ſe fendent quelquefois en différents endroits, au lieu que M. de la Hire a ſuppoſé qu'elles ne ſe fendoient que vers le milieu des reins : peut-être croiroit-on que, dans ce cas, les puiſſances agiſſantes étant en plus grand nombre, feroient plus d'effet que lorſqu'elles ſe trouvent réunies dans un ſeul effort.

Mais il eſt aiſé de ſe convaincre que la force réſultante de toutes ces preſſions, ne peut pas produire contre les piédroits beaucoup plus d'effet que s'il n'y en avoit qu'une ſeule, puiſque c'eſt toujours le même poids qui les fait agir.

Ainſi l'on voit que toutes les ſuppoſitions que l'on a faites dans la réſolution du problême de la pouſſée des voûtes ſont entiérement à l'avantage de la puiſſance agiſſante ; & comme l'a remarqué M. Belidor, (Science des Ingénieurs, liv. 2, pag. 11,) *En conſidérant les choſes dans la rigueur de la théorie, c'eſt leur donner tout l'avantage qu'on peut deſirer pour la pratique.*

Quelqu'éloignée que l'hypotheſe de M. de la Hire paroiſſe être de la réalité, il eſt cependant vrai qu'en ne conſidérant une voûte, que dans l'état où elle ſe trouve lorſqu'elle eſt nouvellement conſtruite, & avant que les mortiers aient réuni toutes les parties, par leur adhérence en ſe deſſéchant; le ſable dont eſt compoſé le mortier fait à peu près l'effet que produiroient les petites boules dont on a parlé précédemment : les vouſſoirs pouvant alors aiſément gliſſer, le frottement ne doit pas être bien conſidérable ; & c'eſt dans cette circonſtance que la théorie de M. de la Hire ſeroit d'accord, à peu de choſe près, avec l'expérience.

On ne croit cependant pas que l'on ait juſqu'à préſent cité

pourroit arriver que la partie du piédroit conſtruite de G en g, en fût plus de la moitié, ſoit parce qu'on lui auroit donné du talus ou une plus grande épaiſſeur, ſoit parce qu'il ne feroit pas chargé au-deſſus des naiſſances, & ce feroit dans ce cas ſeulement où il pourroit arriver que la rupture ne ſe fît pas exactement ſur les fondations.

beaucoup de voûtes nouvellement conſtruites, qui ſoient tombées uniquement par cette raiſon, lorſque l'épaiſſeur des piédroits étoit d'ailleurs à peu près conforme à celle que l'on trouve par la regle de M. de la Hire. Le magaſin à poudre dont parle M. Fraiſier, (Traité de la coupe des pierres, tome 3, page 348,) auroit dû ſubſiſter, puiſque, indépendamment des contre-forts qui devoient ſoutenir ſes murs, l'épaiſſeur des piédroits étoit encore plus forte qu'on ne la trouve par les calculs * : il paroît plus naturel d'attribuer la chûte de ce magaſin, à la mauvaiſe qualité du terrein ſur lequel il étoit probablement fondé, qu'au défaut d'épaiſſeur de ſes piédroits; ainſi que l'a remarqué M. Belidor dans une circonſtance ſemblable. On peut auſſi remarquer que, lorſque l'on place le point d'appui à l'extrémité de l'épaiſſeur du mur, on ſuppoſe que le terrein des fondations eſt incompreſſible; & comme il ne l'eſt pas ordinairement, il ne ſeroit pas étonnant que quelques voûtes renverſaſſent leurs piédroits, quoique l'épaiſſeur de ces piédroits fût conforme au calcul. Cette obſervation doit engager à donner beaucoup d'empatement aux piédroits des voûtes qui ſont aſſis ſur un terrein ordinaire; mais elle ne doit avoir aucun poids à l'égard d'une coupole placée ſur des voûtes, parce que la tour du dôme eſt portée ſur une maçonnerie incompreſſible. Au reſte, ſi l'expérience s'accorde avec la théorie de M. de la Hire, lorſque la maçonnerie eſt nouvelle, on ne peut en même temps diſconvenir qu'elle n'en ſoit fort éloignée lorſque la maçonnerie a fait corps; on ſait que lorſque l'on démolit d'anciennes voûtes, qui ne ſont pas fendues & dont les mortiers ne ſont point altérés, elles ne font qu'un ſeul corps & ne pouſſent aucunement, quoiqu'on leur ôte leur buttée.

On peut donc être aſſuré qu'en laiſſant ſécher les mortiers, ou qu'en conſtruiſant des voûtes avec du plâtre, qui fait ſa priſe

* On trouve par le calcul que l'épaiſſeur des piédroits de ce magaſin auroit pu être de 8 pieds 8 pouces 5 lignes; & M. Fraiſier rapporte qu'il avoit neuf pieds d'épaiſſeur indépendamment de ſes contre-forts.

aussi-tôt qu'il est employé, on ne seroit pas obligé, à la rigueur, de donner aux piédroits une épaisseur aussi considérable que celle que l'on trouve par les calculs.

Rien n'empêche de maçonner avec du plâtre la voûte inférieure de la coupole de Sainte-Genevieve : par ce moyen & en usant de quelques précautions, sa poussée seroit peu considérable ; on pourroit même y employer des matériaux légers, tels que le tuf ou de la brique de médiocre largeur. A l'égard de la seconde voûte, qu'il est essentiel de faire très-solide & capable de résister à l'injure des temps, elle doit être construite en pierres de taille ; mais on pourra la laisser aussi long-temps que l'on voudra sur les ceintres, attendu qu'ils seront cachés par la premiere voûte ; & si l'on prenoit ce parti, les mortiers auroient le temps d'acquérir la force qui leur est propre quand ils sont durcis.

On environnera aussi sans doute le bas de cette voûte de plusieurs cercles de fer, qui seront toujours utiles, quand même on ne les regarderoit que comme *des moyens précaires* pour résister à la poussée pendant quelque temps, & jusqu'à ce que les mortiers étant absolument secs, la maçonnerie ait pris une consistance solide ; après quoi on pourra considérer cette voûte comme n'ayant aucune poussée, & les cercles de fer deviendront alors inutiles : ainsi il n'est point nécessaire que ce moyen de surérogation soit aussi durable que la maçonnerie ; mais aussi il n'est pas inutile de l'employer.

§. II.

Réfutation des objections proposées contre la construction de la Coupole de l'Eglise de Sainte-Genevieve.

Tous les raisonnemens que M. Patte fait dans son Mémoire, pour prouver l'insuffisance des piliers de l'Eglise de Sainte-Genevieve, sont appuyés sur ce qu'ils n'ont, dans le sens qu'il les considere, que trois pieds neuf pouces de largeur : il en conclut que, n'y ayant que cette largeur dans les arcs doubleaux qui puisse servir à

porter le dôme, les murs de la tour ne pourront avoir plus de trois pieds neuf pouces d'épaisseur, & en conséquence qu'ils ne pourront soutenir la poussée d'une voûte de soixante-trois pieds de diametre.

C'est ici une erreur de fait : ces arcs doubleaux auront réellement cinq pieds & demi de largeur, & seront portés très-solidement, tant par les piliers que par les colonnes engagées. Il est vrai qu'il y en aura une portion de vingt & un pouce de largeur qui se trouvera portée par la partie non engagée des colonnes; mais M. Patte se fait illusion, lorsqu'il s'efforce de persuader que cette portion des arcs doubleaux ne peut être d'aucun usage pour porter le dôme : il n'a sans doute pas fait attention que c'est précisément cette portion qui aura le plus de buttée, attendu que les sept colonnes qui sont disposées suivant la direction de sa poussée, doivent porter des murs de plus de cent vingt pieds de longueur, qui lui serviront de culées; on peut même assurer que cette portion d'arc * aura plus de solidité que celle qui sera uniquement portée par les piliers, puisque avec moins de diametre, elle aura plus de hauteur de coupe. On voit encore par le plan (Fig. 3[e].) que chacune de ces parties ne portera au plus que le trentieme du dôme, à cause du changement de plan qui deviendra circulaire sur une base quarrée **.

Mais il est très-important d'observer que chacun de ces arcs doubleaux, que M. Patte s'efforce de représenter comme séparés en deux parties réellement distinctes, n'en font absolument qu'une seule, & que l'on doit d'autant moins les supposer divisés, qu'ils concourent dans tous leurs points à produire un même effet, & que l'on peut même les construire avec des claveaux d'une seule piece.

Il objecte, pour appuyer son assertion, que la partie non engagée des colonnes ne pourra servir de piédroits, à cause du grand vuide de l'entre-colonnement, & l'on peut inférer de ses raisonnemens,

* La partie de l'arc dont le plan est *l* Æ W *x*, est celle dont il est ici question (Fig. 3.)

** La partie Æ *l* C est la portion du socle du dôme porté par cette portion de l'arc.

qu'il croit que la largeur du piédroit d'une voûte eſt nulle, lorſque elle n'eſt pas uniforme dans toute ſa hauteur; cependant il doit ſavoir qu'il eſt de principe que, ſans avoir égard à la figure des piliers ni aux vuides qu'ils renferment, leur réſiſtance dépend uniquement de leur poids & de la diſtance de la direction de leur centre de gravité au point d'appui : tout le monde peut voir que les arcboutants que l'on conſtruit ordinairement pour ſoutenir les voûtes des Egliſes, quoique percés à jour, n'en ſont pas moins capables d'une grande réſiſtance.

Dès qu'il eſt certain que les arcs doubleaux auront cinq pieds & demi de largeur, on pourra donc ſans aucune difficulté donner cinq pieds & demi d'épaiſſeur aux murs de la tour du dôme de Sainte-Genevieve; ce qui ſeroit plus que ſuffiſant, M. Patte n'ayant trouvé lui-même par ſon calcul, que quatre pieds cinq pouces huit lignes, pour l'épaiſſeur de la tour d'un dôme plus élevé que celui-ci : d'ailleurs on a vu dans la premiere partie de ce Mémoire, que l'épaiſſeur trouvée par les formules étoit ſuffiſante pour la pratique. On pourroit cependant, ſi cela étoit abſolument néceſſaire, donner à l'épaiſſeur de la tour de ce dôme, conformément aux exemples de la plupart de ceux d'Italie, cités par Fontana & par M. Patte, le dixieme de ſon diametre, c'eſt-à-dire ſix pieds trois pouces dans preſque tout ſon pourtour, à l'exception ſeulement de la partie correſpondante ſur le milieu des arcs.

Mais, outre qu'il eſt important de décharger le milieu de ces arcs, & que ce ſeroit vraiment un défaut de leur faire porter le même poids qu'aux piliers, on voit aiſément que l'on peut rejeter une partie de la pouſſée contre des maſſifs, ou contreforts, qui ſeroient placés ſur les pannaches & à plomb des piliers, pour compenſer l'épaiſſeur que l'on pourroit retrancher aux parties qui porteroient ſur les arcs : ainſi toutes les objections dont on vient de parler tombent d'elles-mêmes par les principes ſeuls de la théorie.

Je pourrois me diſpenſer de pouſſer plus loin l'examen des différentes objections que M. Patte a accumulées dans ſon Mémoire,

si cet examen ne conduisoit pas à plusieurs remarques intéressantes sur l'art des constructions; ce n'est même que dans cette vue que je vais les discuter successivement, ayant dessein de ne laisser aucun doute sur la solidité d'un édifice qui intéresse *la gloire de nos Arts* autant que *la sûreté publique.*

Fontana, qui a proposé des regles pratiques pour les proportions des dômes, a fixé l'épaisseur de leurs murs à la dixieme partie de leur diametre; il donne pour hauteur aux murs du tambour environ les sept huitiemes de ce diametre. Mais, comme l'épaisseur de la tour d'un dôme dépend non seulement de son diamêtre, mais encore de la hauteur des murs du tambour, quand même les proportions qu'il propose seroient exactement conformes à la théorie, & qu'il faudroit donner six pieds trois pouces d'épaisseur aux piédroits d'une voûte de soixante-trois pieds de diametre, ce ne seroit que dans le cas où la hauteur du piédroit seroit de cinquante-quatre pieds, c'est-à-dire lorsqu'il auroit un tiers de plus de hauteur que ne doit avoir celui de Sainte-Genevieve.

Il faut observer de plus que Fontana applique la regle qu'il donne à une voûte qui seroit presque en plein ceintre, & seulement surhaussée d'un douzieme, au lieu que celle du dôme de Sainte-Genevieve sera surhaussée de plus du quart, & formée en tiers point, qui est l'espece de voûte qui pousse le moins : d'ailleurs ses piédroits seront chargés, au-dessus des naissances, d'un massif considérable qui leur donnera beaucoup de force; d'où il suit que l'épaisseur doit être beaucoup moindre pour cette coupole, que si elle eût été projetée suivant les principes de Fontana, qui sont au surplus fort éloignés de ceux que M. de la Hire nous a laissés.

En suivant les formules de cet Académicien, M. Patte a trouvé que l'épaisseur des piédroits d'une voûte en berceau de soixante-trois pieds de diametre, surhaussée d'un douzieme, & qui auroit vingt-quatre pouces d'épaisseur réduite, & trente-six pieds de hauteur de piédroit, devroit être de huit pieds dix pouces onze lignes; si l'on prend la moitié de cette épaisseur pour une voûte sphéroïde des

mêmes

mêmes dimensions, qui, selon M. Fraisier (Ouvrage déjà cité, tom. 3, pag. 401,) pousse environ la moitié moins : cette épaisseur seroit réduite à quatre pieds cinq pouces six lignes, ce qui seroit plus d'un quart au-dessous de la proportion fixée par Fontana.

On a déjà vu que l'épaisseur trouvée par le calcul étoit suffisante pour la pratique, qu'en s'y conformant avec exactitude, on seroit à l'abri de tous fâcheux événements, & que l'on pourroit même augmenter le poids de la partie supérieure de la voûte d'un cinquieme, sans que les piédroits fussent renversés : aussi a-t-on peine à concevoir sur quel fondement M. Patte cherche des raisons pour exiger qu'on augmente cette épaisseur, & bien moins encore pourquoi il propose de lui donner plus du double de celle qu'il a trouvée par les formules universellement adoptées.

Il dit premiérement, mais sans en donner aucune raison, que l'épaisseur indiquée par la Méchanique ne suffit pas dans la pratique, & qu'il est d'usage de l'augmenter d'environ un pied pour des voûtes de sept à huit toises. Je ne crois pas que cet usage soit suivi par beaucoup d'Ingénieurs ou d'Architectes; mais quand il le seroit, devroit-il prévaloir contre des démonstrations? Je ne dissimulerai cependant pas qu'il y a quelques Auteurs modernes qui ont conseillé d'augmenter de quelque chose l'épaisseur trouvée par la formule de M. de la Hire; mais ils ne conseillent pas de l'augmenter de plus d'un sixieme : d'ailleurs on doit présumer qu'ils n'avoient pas cherché à se rendre compte de combien le frottement met la résistance des piédroits au-dessus de l'équilibre, & qu'ils n'avoient pas remarqué que l'on pourroit diminuer (même pour des voûtes élevées) l'épaisseur des piédroits de plus d'un sixieme, sans qu'ils fussent renversés; ils n'entendoient parler, sans doute, que de voûtes ordinaires placées à rez-de-chaussée, où une épaisseur de mur, trop forte, ne produit d'autre inconvénient qu'une augmentation de dépense.

Ensuite M. Patte prétend qu'il faut encore ajouter six pouces, *à cause de la position extraordinaire des coupoles qui sont portées en*

l'air sur quatre points, à une très-grande hauteur, & à cause du poids de la lanterne & des impressions de l'humidité.

Cette position extraordinaire d'une coupole exige en effet que ses points d'appui soient très-solides; mais lorsque les arcs qui soutiennent un dôme sont bien assurés, ils lui servent de fondation, & sa voûte est au même état que si elle étoit placée au rez-de-chaussée. Si la position extraordinaire de cette voûte exigeoit quelque attention particuliere de la part de l'Artiste, ce seroit celle de ne donner à toutes ses parties, exactement que l'épaisseur trouvée par le calcul, & jamais d'augmenter cette épaisseur : cette augmentation qui dans le cas où une tour seroit bâtie au rez-de-chaussée, ne seroit qu'une surabondance de forces inutiles, deviendroit alors une surcharge nuisible à la solidité du reste de l'édifice, à cause de la *position extraordinaire* de cette voûte au-dessus des voûtes inférieures.

J'observerai que le poids de la lanterne doit nécessairement entrer dans le calcul, non parce que ce poids étant au sommet, *éloignera le centre de gravité*, qui agit toujours de même maniere sur les centres d'impressions, mais parce que le poids de la partie de la voûte qui forme la puissance agissante, en est augmenté sensiblement.

M. Patte ne se borne pas à vouloir qu'on augmente, sans nécessité, l'épaisseur des murs de plus d'un quart; il prétend encore qu'on doit faire un sous-bassement de deux pieds d'épaisseur, pour porter des colonnes engagées qui serviroient de contre-forts : & sous le prétexte que *l'on augmente ordinairement l'épaisseur des murs dans les fondations*, il propose d'ajouter à la base de la tour du dôme de Sainte-Genevieve *la moitié de son épaisseur;* ce qui lui donneroit enfin plus de neuf pieds de largeur. Tâchons de faire sentir que c'est sans aucun fondement qu'il fait une semblable proposition.

Il est sans doute important, en général, de donner aux fondations des bâtimens, de larges empâtemens; mais on doit aussi observer qu'ils ne sont réellement nécessaires, que lorsque le terrein n'étant pas assez solide pour supporter un poids considérable, on croit être

obligé d'augmenter l'étendue du sol qui doit porter l'édifice. On ne connoît point d'ailleurs de regles fixes qui astreignent à donner à ces empâtemens la moitié de la largeur du mur : cette largeur doit être d'autant plus grande que le terrein est moins solide, & que le mur qu'il doit supporter sera plus élevé ; mais lorsque le sol est assuré par lui-même ou qu'il est affermi par l'art, cette augmentation d'épaisseur devient inutile & ne sert en aucune maniere à donner de la solidité à un mur, qui a d'ailleurs une force convenable.

Une coupole bien ordonnée est dans ce cas : ses fondations sont assises sur des voûtes que l'on peut regarder comme un fondement incompressible, lorsque les points d'appui de ces voûtes sont eux-mêmes bien assurés ; car s'ils ne l'étoient pas, la plus grande épaisseur que l'on donneroit à la base de la tour d'un dôme, ne serviroit qu'à en précipiter l'enfoncement, par la surcharge que ce poids occasionneroit.

Lorsque l'on met des *contre-forts* pour soutenir une voûte, c'est pour éloigner le point d'appui & pour diminuer le cube de la maçonnerie; ils sont d'autant plus convenables à une coupole, que l'on doit avoir pour objet principal d'en diminuer le poids : aussi l'Architecte de Sainte-Genevieve n'a pas négligé ce moyen; toutes les colonnes engagées sont autant de contre-forts; il a placé de plus, pour le même objet, quatre grands avant-corps qui portent immédiatement sur les massifs, afin que la poussée soit dirigée principalement sur ces grands points d'appui. Ainsi, bien loin que l'on soit obligé, dans cette circonstance, d'augmenter l'épaisseur que l'on trouve par le calcul, les contreforts que l'on doit employer autoriseroient à la diminuer [7].

[7] M. Patte tire de la comparaison qu'il fait des dômes qui sont exécutés, plusieurs regles qu'il propose pour fixer leurs dimensions : il veut que *l'épaisseur du tambour d'un dôme soit au moins le dixieme de son diametre*, que *l'épaisseur des contre-forts roule du sixieme au huitieme de ce diametre*; & qu'enfin *la largeur des piliers destinés à le porter, soit depuis le quart jusqu'au septieme de ce même diametre*; il affirme de plus qu'*il ne sauroit y avoir de voûtes en ce genre, construites suivant d'autres proportions*,

Il paroît par le deſſein de cette Egliſe, publié en 1757, que l'intention de l'Architecte eſt d'élever un grand ſocle quarré juſqu'à trois pieds environ au-deſſous de la baſe des colonnes du dôme; cela étant ainſi, en faiſant le calcul de la pouſſée de la voûte, on ne devroit plus compter la hauteur des piédroits, que de vingt-quatre pieds, puiſque ce ſocle doit être regardé comme leur fondation : cette conſidération donneroit encore lieu à une diminution ſur l'épaiſſeur que l'on a trouvée en ſuppoſant les piédroits de trente-ſix pieds de hauteur. Il eſt donc démontré que, loin d'être obligé de donner aux murs de la coupole de Sainte-Genevieve une épaiſſeur plus grande que celle que M. Patte a trouvée par ſon calcul, pour la coupole qu'il a propoſée, & qui eſt très-différente du dôme dont il s'agit, on auroit beaucoup de raiſons qui permettroient de diminuer aſſez conſidérablement cette épaiſſeur, ſans que l'on courût aucun riſque.

L'objection que fait cet Auteur, au ſujet des *contrevents*, n'eſt pas mieux fondée que celle qui a pour objet l'épaiſſeur des murs. Quoiqu'il ſoit à propos de contreventer le pied d'un dôme, pour

parce que ces principes ſeroient contraires aux loix de l'équilibre & de la peſanteur.

Mais, outre que des regles dont les termes extrêmes ſont ſi différens, ne peuvent pas être regardées comme des principes que l'on doive ſuivre, ces aſſertions ſont d'autant moins concluantes, qu'il eſt conſtant qu'il ne peut y avoir aucune regle certaine pour déterminer ces dimenſions, uniquement par leur rapport avec le diametre de la tour.

L'épaiſſeur des murs de la tour d'un dôme doit être d'autant moindre, à diametre égal, que la hauteur du dôme eſt plus petite & que la voûte eſt plus ſurhauſſée.

L'épaiſſeur, ou plutôt la longueur de la baſe des contreforts, doit être d'autant plus étendue, que leur largeur eſt plus petite, qu'ils ſont en moindre nombre ou plus éloignés les uns des autres, & que le mur de la tour qui eſt entre eux, eſt moins épais.

A l'égard de la largeur des piliers qui portent un dôme, elle n'a aucun rapport fixe à ſon diametre; cette meſure dépend uniquement du parti que l'Architecte prend pour ſoutenir la pouſſée de la coupole : s'il n'emploie point de contre-forts ſur les cerveaux des voûtes, les piliers pourront n'avoir que la même épaiſſeur de la tour; mais s'il emploie des contreforts ou des arcboutants ſur ces voûtes; alors c'eſt la longueur de ces arcboutants, qui regle la largeur des piliers : on voit qu'à l'Egliſe de Saint-Paul elle eſt le quart du diametre. Elle pourroit même être plus grande.

éloigner le point d'appui, on peut cependant s'en dispenser, lorsqu'on a donné aux murs des épaisseurs convenables; & pour ce qui concerne la coupole dont il s'agit, il est aisé de voir qu'à l'exception des parties qui sont au-dessus du milieu des nefs, tout le reste peut être contreventé par des arcboutants, ou par des contre-forts qui porteroient sur les reins des arcs, parce que l'on peut diriger presque entiérement la poussée de la voûte du dôme contre ces parties, en faisant dans cette voûte de grandes lunettes au-dessus de ces arcs: le principal objet du grand socle quarré, est de contre-venter la tour du dôme.

Quoique l'on ait fait voir précédemment que les seuls arcs portés par le pilier & par les colonnes engagées, seroient suffisamment larges pour l'épaisseur qu'il est nécessaire de donner à la tour du dôme; cependant, si on avoit quelques raisons particulieres pour placer sur les voûtes de grandes saillies ou des contre-forts très-allongés, je ne crois pas qu'il fût difficile de construire en pierres de taille les quatre berceaux qui doivent être portés par les seize colonnes de la nef qui sont les plus proches du dôme, ni de former dans leur entre-colonnements des lunettes en berceau, pour rejeter le poids, d'un côté contre les grands arcs, & de l'autre contre les pendentifs; il n'y auroit dans cette construction pas plus d'inconvénient, qu'il y en auroit *à percer d'une large ouverture la culée d'un pont* qui seroit contre-butée par des murs de quai, & dont la lunette que l'on y perceroit seroit continuée assez loin pour servir de butée aux reins de la voûte.

Dans la circonstance dont il est ici question, cette *culée* & ces reins seroient contre-butés par toutes les voûtes & par les arcs des bas côtés, sur plus de cent pieds de longueur: quels plus forts points d'appui les Architectes les plus timides pourroient-ils desirer?

On ne voit point sur quels principes ni sur quelles démonstrations M. Patte s'appuie lorsqu'il assure qu'une voûte en tiers point très-surmontée, n'est pas capable de porter un poids considérable: de quelque maniere que l'on considere la voûte qui doit couronner

le dôme de Sainte-Genevieve, soit qu'on la regarde comme une voûte en ogive par le dedans; soit comme un cône, ou comme une pyramide par le dehors; il est aisé de se convaincre que de toutes les voûtes qui doivent porter des fardeaux à leur sommet, les plus fortes seront toujours celles qui seront les plus surhaussées. Tous les gens de l'art savent que la plate-bande est la voûte la moins capable de porter un poids considérable, aussi ne la chargent-ils jamais, & ils ont grande attention de faire au-dessus des arcs en décharge. Une voûte surbaissée est moins forte qu'une voûte en plein ceintre, & celle-ci a moins de force, à proportion, qu'une voûte surhaussée; de sorte que la meilleure maniere de faire porter un poids considérable à une voûte, est de la surhausser beaucoup, ou mieux encore de la terminer en pyramide [8].

Si l'on fortifie la base de cette pyramide, en lui donnant une courbure à l'intérieur, on n'en diminue certainement pas la solidité; la partie supérieure étant évidée, ne forme pas une différence considérable avec la ligne droite parallele de l'extérieur : d'ailleurs cette épaisseur peut être avantageuse pour augmenter le frottement dans une partie qu'il est essentiel de consolider, puisqu'elle porte le poids de la lanterne; ainsi l'on ne conçoit pas où l'on pourroit trouver dans cette espece de voûte, *un ventre vicieux, contraire à sa solidité.*

[8] La force du poids qui charge une voûte, sera d'autant plus efficace, que la clef de la voûte sur laquelle il est appuyé, formera, par sa coupe, un coin plus obtus. Or, dans une voûte en pyramide, cet angle formé par les deux faces du coin est toujours le supplément de celui qui forme le sommet de la pyramide; de sorte que si cet angle est droit, comme il l'est à la coupole de Sainte-Genevieve, l'angle du coin sera un angle droit, & l'effort sera au poids à peu près comme 7 est à 5 : au lieu que si la voûte est en plein ceintre, la tête du coin restant la même & égale au diametre de la lanterne, la longueur de ce coin seroit égale au demi-diametre de la tour. de sorte que l'effort que feroit la lanterne sur cette coupole, seroit à son poids, comme le diametre de la tour est au diametre de la lanterne, c'est-à-dire comme 6 est à 1 ou comme 30 est à 5; par conséquent l'effort que feroit le poids de la lanterne sur une voûte pyramidale, est à celui qu'il feroit sur une voûte en plein ceintre, comme 7 est à 30.

Il eſt indiſpenſable pour tirer parti des contre-forts qui contrebutront le dôme, de faire des lunettes vis-à-vis les croiſées en œil de bœuf, qui éclairent la partie comprise entre les deux voûtes; mais il n'eſt pas néceſſaire que ces huit lunettes ſoient égales : on en fera ſans doute quatre grandes au-deſſus du milieu des nefs, & quatre petites au-deſſus des pans coupés. Alors les arcs doubleaux ſeront beaucoup plus proches des fenêtres qui ſont ſur les pendentifs, que des autres, & le poids ſera rejeté en grande partie contre ces contre-forts.

On voit par-là que l'on pourroit diminuer l'épaiſſeur du mur qui eſt ſur le milieu des arcs; de telle ſorte que, quand même les arcs ne pourroient avoir pour largeur que trois pieds neuf pouces, au lieu de cinq pieds & demi qu'ils auront réellement, cette partie du mur ſeroit encore ſuffiſante, puiſqu'à la rigueur on pourroit la ſupprimer par le moyen des grandes lunettes; & comme le grand arc, joint à la partie du pannache auroit, dans l'endroit où commenceroit l'arc doubleau de la coupole, près de ſept pieds d'épaiſſeur, on pourroit donner la même épaiſſeur au mur, & l'augmenter conſidérablement au-deſſus des piliers.

On doit avec d'autant plus de raiſon chercher à diminuer le poids ſur le milieu des arcs, que c'eſt là où ſe fait le plus grand effort pour faire baiſſer les vouſſoirs des clefs, & qu'en le rejetant ſur les reins, on ſoulage plutôt les points d'appui, qu'on ne les charge.

Comme il ne s'agit ici que de réſoudre le problême propoſé par M. Patte, & non de répondre à la critique qu'il fait de la forme du dôme de Sainte-Genevieve, on ſe contentera de dire ſur ce dernier objet, que la forme ordinaire d'un dôme terminé en calotte, produit un plus grand raccourci que la forme pyramidale; que cette derniere eſt peut-être plus analogue à un tombeau de la patrone de Paris, que tout autre couronnement; que l'uſage d'un dôme étant d'éclairer le centre de l'Egliſe, il n'y a aucune néceſſité de l'élever à l'intérieur au-delà des fenêtres; enfin, que l'Architecte a peut-être voulu éviter de faire monter une tour fort élevée, parce

qu'il n'eût pu la décorer que d'une petite architecture, relativement au reste de l'édifice, & qu'il paroît convenable de donner à la hauteur totale du dôme, prise depuis le pavé de l'Eglise, au plus deux fois & demi son diametre, pour s'accorder avec les proportions ordinaires, fixées par l'usage.

Si cet arrangement, que l'on représente comme *bizarre*, *avoit été imaginé après coup*, *afin de favoriser l'insuffisance des piliers pour porter une coupole ordinaire*, il eut été bien plus simple de ne faire qu'une voûte en cul de four.

Il est vrai que M. Patte prétend encore que les arcs doubleaux ne seroient pas suffisants pour résister à la poussée horizontale de cette voûte, & qu'ils ne pourroient être contre-butés par les voûtes des nefs qui doivent être faites à la légere : cependant il lui étoit aisé de voir, que ces voûtes des nefs seront aussi construites en cul de four, portés par des pannaches; que, quoiqu'elles fussent faites à la légere, on pourroit toujours construire le plan circulaire en pierres, & que ce plan faisant l'effet d'une voûte horizontale, résisteroit à la poussée de la voûte du milieu, en renvoyant cette poussée contre les pannaches.

Il fait ensuite une longue énumération des porte-à-faux, qu'il prétend avoir remarqués & qu'il regarde comme autant de défauts essentiels, comme s'il n'étoit pas généralement connu de tous les Architectes & de tous les Constructeurs, que les objets qu'il critique cessent d'être des porte-à-faux, lorsqu'à défaut de puissances directes, ils sont contre-butés par des puissances obliques équivalentes, & il n'y en a pas un seul de ceux qu'il critique qui ne soit ainsi contre-buté.

Ce ne seront pas les murs placés sur les files des colonnes qui serviront de contre-forts, ce seront les arcs qui porteront immédiatement sur ces colonnes : ainsi, bien loin que les fenêtres qui seront ouvertes dans ces murs produisent des défauts; c'en seroit un au contraire de n'en point faire, ou du moins de ne pas construire à la légere, l'intervalle compris entre ces arcs, puisque sans

ces précautions ces murs seroient portés sur les plates-bandes, ou du moins sur les arcs en décharge : si vers le chevet de l'Eglise il ne se trouve point de mur pour contre-buter directement ce rang de contreforts (Fig. 7) l'on a formé à côté de ce chevet, un vestibule dont la voûte en arête soutiendra l'effort de cette poussée, & la rejettera contre deux massifs ; l'un, dans lequel est pratiqué un petit escalier, & l'autre contre un des angles de la tour du clocher.

M. Patte annonce, dans un Avant-Propos, que le sujet du problême qu'il propose, se réduit à examiner *s'il est possible d'élever sur un mur isolé*, DE TROIS PIEDS NEUF POUCES *d'épaisseur & de quatre-vingt pieds d'élévation, un autre mur de plus* DE HUIT PIEDS *d'épaisseur par le bas, & de quarante pieds de hauteur, avec l'obligation de faire soutenir à ce dernier mur, la poussée de deux grandes voûtes.*

C'est d'après le détail des discussions précédentes, que l'on jugera sainement s'il a pu, avec quelque vraisemblance, faire l'application d'une semblable proposition à la coupole de Sainte-Genevieve. On verra bientôt que le mur qu'il prétend être ISOLÉ, sera ou pourra être contre-buté par toutes les parties de l'Eglise : on sait déjà que ce mur, au lieu de n'avoir (comme il le dit) que trois pieds neuf pouces d'épaisseur, en aura plus de quatorze, dans le sens de la poussée, & que c'est dans ce sens qu'il doit être considéré ; on doit encore observer que la partie dont il parle ne se trouvera réduite à trois pieds neuf pouces de largeur (& non pas d'épaisseur) que sur un pied de longueur seulement, & l'on verra qu'il ne se fera aucune poussée dans ce sens, & que l'épaisseur du pilier sera considérablement augmentée par le pan coupé, & que ce pilier sera encore renforcé par les trois colonnes engagées : mais la prévention de cet Auteur l'emporte si loin, qu'il avance dans une note que, bien loin que les colonnes augmentent la force des arcs, elles servent plutôt à les affoiblir. On fera voir, enfin, que le mur qui doit être porté par celui dont il s'agit & auquel on pourroit donner au moins huit pieds d'épaisseur, s'il étoit nécessaire, peut au contraire être

réduit à quatre pieds, & se trouver dans cet état, encore une moitié au-dessus de la résistance déterminée par les principes de sa propre théorie: enfin, il est clair qu'il ne suppose pas, pour le mur du bas, le quart de l'épaisseur qu'il aura réellement; tandis qu'il insinue qu'il faudroit donner au mur du haut, plus du double de l'épaisseur qui lui sera nécessaire.

Si j'ai passé sous silence quelques articles de son Mémoire, c'est parce qu'ils sont trop visiblement hasardés, pour qu'il soit nécessaire de les réfuter : tel est celui où il parle de la colonne engagée dans l'angle du pilier, laquelle (selon lui) *ne lui donne qu'une apparence factice de largeur, au delà de trois pieds neuf pouces, & n'est qu'un* MASQUE *incapable d'en augmenter la force.*

Tel est celui où il dit que *la partie de l'arc portée par cette colonne, au lieu d'augmenter la force de l'arc doubleau, doit servir à l'affoiblir,* tandis qu'en effet elle double au moins son épaisseur dans cette partie.

Telle est encore *l'épaisseur du pilier sur la diagonale, qui,* selon lui, *devient inutile pour résister à la poussée, parce qu'il y a dans ce dôme une croisée vis-à-vis le pan coupé* [9].

[9] J'aurois pu aisément, pour opposer des exemples à ceux rapportés par M. Patte, comparer des constructions légeres & plusieurs plans d'Eglises gothiques, si je n'avois appris que M. Soufflot en faisoit graver dans ce genre : je rapporterai seulement ici les mesures d'un seul dôme construit à la moderne, c'est celui des Dames Bernardines de Dijon (Pla. 1re. Fig. 5, no. 2.) Ce dôme a cinquante-un pieds de diametre intérieur, son tambour a trente-deux pieds de hauteur; il est percé de douze grandes fenêtres, qui occupent près des deux tiers de son pourtour & la moitié de sa hauteur, ce qui affoiblit considérablement la résistance des piédroits : la voûte est construite en maçonnerie de moilons; elle est à peu près sphérique & divisée en huit parties; par des arcs doubleaux en pierres de taille, soutenus par des arcboutants qui n'occupent que la cinquieme partie de la circonférence : leur saillie au dehors n'est que de dix-huit pouces vers la moitié de leur hauteur, & de trente-deux pouces à leur base; les murs de la tour n'ont cependant que trois pieds d'épaisseur sur plus des deux tiers de leur longueur, & trois pieds & demi sur quatre petits avant-corps qui en font environ le tiers. On voit que ces mesures s'accordent peu avec celles que M. Patte a citées, puisque leur épaisseur n'est que le seizieme du diametre intérieur, au lieu du dixieme; les contre-forts sont peu considérables, & il y a près d'un quart de vuide formé par les fenêtres.

§. III.

Réflexions ſur les exemples des dômes mis en parallele avec celui de Sainte-Genevieve.

Les plans des dômes de Saint-Pierre de Rome, de Saint-Paul de Londres, du Val-de-Grace, de la Sorbonne & des Invalides, avec ceux des piliers qui ſervent à les ſupporter, ſont rapportés dans le Mémoire de M. Patte, afin d'en faire la comparaiſon avec le dôme de l'Egliſe de Sainte-Genevieve & les piliers qui doivent le ſoutenir. On ne diſconviendra point qu'à la premiere inſpection, les piliers de cette derniere Egliſe, comparés aux autres, ne paroiſſent extrêmement petits; mais il n'en réſulte aucunement qu'ils ſoient inſuffiſants, ni que ces exemples prouvent, autant que M. Patte voudroit le perſuader & qu'il le croit peut-être, qu'il y a une diſproportion fort conſidérable entre les dimenſions de celui-ci, & celles des dômes qui ont été exécutés juſqu'à préſent.

D'abord il eſt très-important de remarquer que ce n'eſt pas ſeulement d'après les exemples des édifices qui ſubſiſtent, que l'on peut établir des regles ſûres pour fixer les dimenſions de ceux que l'on voudroit conſtruire; il faudroit encore leur comparer les meſures d'autres dômes, qui ſe ſeroient écroulés [10] uniquement parce qu'on n'auroit pas donné une épaiſſeur ſuffiſante aux piliers & aux piédroits de leurs voûtes. En effet, à ne conſulter que les premiers, on n'auroit aucun moyen pour ſavoir ſi l'épaiſſeur que l'on donne aux murs n'eſt pas réellement trop conſidérable; cependant on ſait que, dans quelques circonſtances, une épaiſſeur trop forte ſeroit un défaut auſſi grand, que le ſeroit une épaiſſeur trop foible : les deux excès peuvent tendre également à la ruine de l'ouvrage.

[10] Je ne connois que le dôme de St. Pierre, qui ait éprouvé des ruptures auxquelles on a remédié il y a quelques années; mais elles ne ſont certainement pas venues du défaut d'épaiſſeur des piliers, peut-être même eſt-ce leur trop grande maſſe qui a été cauſe de cet événement.

Par exemple, il faudroit ſavoir préciſément les dimenſions que le Pere Guarini avoit données aux ſupports qui ne ſe ſont pas trouvés ſuffiſants pour réſiſter à la pouſſée des voûtes de l'Egliſe de Saint-Philippe de Néri à Turin : ce ſeroit en les comparant avec ceux de Sainte-Genevieve, que l'on pourroit fonder quelques doutes raiſonnables ſur la poſſibilité de l'exécution de la coupole de cette derniere Egliſe; car, pour prononcer que l'on ne peut élever cet édifice, il faudroit démontrer que toutes les circonſtances étant abſolument ſemblables, on ne peut pas faire les ſupports de ſon dôme plus épais que ceux qu'on avoit faits à l'Egliſe de Turin.

Ce ſera toujours en vain que l'on citera pour exemples, des édifices qui ſubſiſtent avec de très-grandes épaiſſeurs de murs, tant que l'on ne prouvera point que ces édifices ne pourroient ſubſiſter, ſi l'on avoit diminué de quelque choſe leur épaiſſeur.

Sans rien retrancher de l'eſtime que l'on doit aux Architectes qui les ont érigés, n'eſt-il pas permis d'avoir quelque défiance ſur des proportions qu'ils ont réglées de génie, & ſans avoir été guidés par aucune théorie? C'eſt du point où ils ſe ſont arrêtés, que l'on peut partir pour appliquer la Géométrie & la Méchanique, au calcul de la pouſſée des voûtes : car, avant que M. de la Hire eût écrit ſur cette matiere, on ſuivoit, pour ainſi dire au haſard, une pratique ſuffiſante peut-être pour des ouvrages ordinaires, mais dont on ne pouvoit ni ſe rendre compte, ni répondre, lorſqu'il s'agiſſoit d'élever de vaſtes édifices dont on n'avoit pas encore eu de modeles.

Ainſi l'on peut croire, avec quelque raiſon, que les Architectes qui ont conſtruit les premiers dômes, n'ayant rien vu de pareil dans l'Architecture antique, crurent faire les ouvrages les plus hardis, lors même que, *dans la crainte d'échouer dans leurs entrepriſes*, ils excédoient conſidérablement les proportions néceſſaires pour les ſoutenir : ceux qui les ont ſuivis n'ayant point d'autres guides, les ont imités; ils ont regardé comme des principes certains, une pratique & des uſages qui n'avoient de fondements que dans la timidité des inventeurs.

On ne peut douter que ces fameux Artiſtes n'euſſent employé des moyens plus ſimples, s'ils avoient été guidés par une théorie ſûre comme on l'eſt aujourd'hui : il y auroit donc de l'inconſéquence à ſe conduire encore par ces exemples, plutôt que de faire uſage des découvertes à la faveur deſquelles on n'agit plus au haſard, & qui aſſurent le ſuccès de ces ſortes d'entrepriſes.

Si l'on examine attentivement, d'après ces réflexions, les exemples que M. Patte met en parallele avec le dôme de Sainte-Genevieve, on trouvera qu'il y a réellement une diſproportion bien plus manifeſte entre quelques-uns de ces dômes comparés entr'eux, que comparés avec celui-ci.

En effet, ſi l'on cherche par la théorie l'épaiſſeur que doivent avoir les piédroits des arcades qui ont pour hauteur le double de leur diametre, telles que ſont celles de la plupart des Egliſes que l'on a citées, on trouvera qu'elle doit être environ le tiers de ce diametre : cependant, dans les piliers de l'Egliſe de Saint-Paul de Londres, ils n'en ſont pas le quart; & dans ceux de l'Egliſe de Saint-Pierre de Rome, ils en ſont preſque les trois quarts.

On ne ſauroit dire que ce qui a engagé à donner une épaiſſeur ſi différente aux piliers de ces deux Egliſes, c'eſt que, dans l'une, ils ſont contre-butés par des maſſifs, & que dans l'autre ils ne le ſont pas : car, ſi M. Patte eût rapporté en entier le plan de l'angle de la croiſée de l'Egliſe de Saint-Pierre de Rome, comme il l'a fait pour l'Egliſe de Saint-Paul & pour toutes celles qu'il a citées, on auroit vu que les piliers qui ſupportent le dôme de Saint-Pierre, ne ſont pas moins contre-butés par les parties voiſines, que ceux de Saint-Paul, de Sainte-Genevieve & de toutes les autres Egliſes.

Il n'eſt pas moins intéreſſant d'obſerver que les piliers du dôme du Val-de-Grace, & ceux de la Sorbonne, auroient à peine une épaiſſeur ſuffiſante pour réſiſter à la pouſſée, s'ils étoient iſolés; mais, ce que l'on ne verra pas ſans une ſorte d'étonnement, c'eſt que les piliers du dôme de Sainte-Genevieve dont on veut ſuſpecter la ſolidité, ſont dans une proportion plus forte que ceux de la

Sorbonne, ceux de Saint-Paul & ceux du Val-de-Grace, & qu'ils ont réellement pour épaiſſeur, plus du tiers de la largeur de la nef; ce qui les rend capables de réſiſter ſeuls à la pouſſée des arcs, quand même ils ne ſeroient pas contre-butés par les parties voiſines.

La largeur des arcs doubleaux eſt, à la vérité, beaucoup moindre à Sainte-Genevieve que dans les exemples qu'on a cités; mais il faut bien faire attention que cette largeur ne dépend en aucune façon, ni de l'ouverture de l'arcade, ni du diametre du dôme; & l'on ne concevra jamais pourquoi M. Patte inſiſte à vouloir abſolument confondre, avec l'épaiſſeur des piliers, ce qui ne fait que leur largeur! Il eſt inconteſtable que le plus ou le moins de largeur du devant de ces piliers ne ſert, en aucune maniere, pour réſiſter à la pouſſée: cette réſiſtance dépend, comme on l'a dit, uniquement du poids de ces piliers & de leur épaiſſeur.

Ce n'eſt pas ſur le devant des piliers butants d'une voûte, que l'on doit obſerver de donner une grande largeur; il eſt bien plus eſſentiel que cette largeur ſe trouve derriere les piliers, où ſe fait toute la preſſion, & c'eſt de cette maniere que ſont faits ceux dont il s'agit : s'ils n'ont que trois pieds neuf pouces de largeur ſur le devant, ſans y comprendre les colonnes; ils ont plus de quatorze pieds à leur extrémité. Perſonne n'ignore que les piliers de l'Architecture gothique n'ont preſque aucune largeur ſur le devant, & que ce ſont ordinairement des priſmes à quatre faces, poſés diagonalement, qui portent les nervures des voûtes ſur leurs arêtes, ou du moins ſur des colonnes grêles qui ſont ſur leurs angles.

La largeur que l'on doit donner aux piliers d'un dôme, dépend uniquement du parti que prend l'Architecte pour ſoutenir la pouſſée de la voûte : s'il emploie des contre-forts très-allongés avec des arcboutants pour contre-venter le ſocle, comme a fait l'Architecte de Saint-Paul de Londres, il faut que ces piliers ſoient fort larges; ſi au contraire on ſe propoſe de donner au tambour, une épaiſſeur ſuffiſante pour réſiſter à la pouſſée de la voûte, ils peuvent être fort étroits relativement au diametre du dôme & à ſa hauteur.

L'Architecte de Sainte-Genevieve a pris un parti moyen entre ces deux manieres, il a voulu ſoutenir ſa Coupole par des contre-forts pour diminuer le poids des maçonneries ; mais comme il a voulu en même temps décharger le cerveau des arcs doubleaux, il n'a pas diſtribué comme à l'ordinaire, ces contre-forts, dans tout le pourtour du dôme : il les a placés ſeulement ſur les gros piliers, où ils ſeront établis très-ſolidement & où ils ne chargeront aucunement les voûtes : il a pris, conſéquemment à cette conſtruction, le parti de former de grandes lunettes vis-à-vis le milieu des nefs, afin de renvoyer le plus grand effet de la pouſſée contre ces maſſifs ou contre-forts ; par ce moyen, il ſera libre de donner peu d'épaiſſeur à la tour du dôme au-deſſus des voûtes, & par conſéquent il n'étoit pas néceſſaire qu'il donnât une grande largeur aux arcs doubleaux ni aux piliers qui doivent les ſupporter.

Il eſt même aiſé de voir qu'il pouvoit décharger entiérement le milieu des arcs doubleaux, en pratiquant de larges ouvertures dans le dôme, au-deſſus des quatre nefs, & ſi l'on ſuppoſe ces ouvertures de douze pieds ſeulement, il eſt évident que l'on pourroit donner au reſte de la tour du dôme une épaiſſeur uniforme, & qui ſeroit égale au dixieme de ſon diametre, conformément aux exemples cités dans le Mémoire qu'on examine.

On peut conclure, de ces obſervations, que quand même les colonnes engagées dans les piliers ne formeroient aucune réſiſtance à la pouſſée de l'arc doubleau, la partie ſeule de cet arc, qui eſt ſoutenue par le maſſif du pilier, ſeroit encore ſuffiſamment large pour porter la tour du dôme.

En cherchant les raiſons qui ont pu engager les Architectes à donner une grande largeur à la plupart des piliers qui ſervent à ſupporter les dômes, on reconnoît aiſément qu'ils n'ont preſque jamais eu pour objet de la régler, relativement à l'épaiſſeur du tambour & de ſes contre-forts : car de tous les exemples que l'on a cités, il n'y a qu'au dôme de Saint-Paul de Londres, où l'Architecte paroiſſe avoir allongé ſes piliers, relativement à la longueur

des arcboutants de ce dôme. A la Sorbonne, l'arc doubleau eſt deux fois & demi plus large que la plate-forme ſur laquelle le dôme eſt établi; au Val-de-Grace, la largeur des piliers excede de beaucoup la ſaillie des contre-forts.

Ainſi il eſt fort probable que la décoration de ces Egliſes étant formée par des arcades portées ſur des piliers, l'intention des Architectes a été ſeulement de donner plus de largeur aux parties qui devoient tenir lieu de *culées*, qu'à celles qui ne devoient ſervir que de *piles;* & comme ces *piles* étoient décorées chacune par un pilaſtre, ils en ont mis deux aux extrémités : cette grande largeur des piliers doit donc être plutôt regardée comme une ſuite de l'ordonnance que l'Architecte avoit choiſie pour la décoration, que comme une conſéquence de l'épaiſſeur du tambour du dôme.

A l'égard du dôme des Invalides, on voit clairement par ſon plan, que l'épaiſſeur de ſes piliers & leur largeur n'eſt aucunement relative à celle des piliers des dômes dont on vient de parler : les quatre bras de la croix ſont couverts de voûtes maſſives, qui pourroient porter un dôme dont les murs ſeroient trois fois plus épais que ceux du dôme actuel.

M. Patte, qui a détaillé dans ſes Mémoires ſur l'Architecture les raiſons qui ont fait augmenter ſi extraordinairement les épaiſſeurs des piliers qui portent le dôme de Saint-Pierre de Rome, & qui ſait qu'ils n'ont été augmentés que dans la vue de conſolider cet édifice qui peche par les fondations, n'auroit pas dû mettre en parallele ces piliers avec ceux d'une Egliſe fondée très-ſolidement & avec les plus grandes précautions.

Il auroit encore moins dû offrir, pour modele d'une conſtruction à faire, un plan qui n'auroit jamais eu d'exiſtence, ſi l'on ne s'étoit cru obligé de conſolider un ouvrage que l'on voyoit ſe détruire avant qu'il fût élevé.

On a grand tort de reprocher à Bramante, de n'avoir pas aſſez étudié les dimenſions qui convenoient aux ſupports du dôme qu'il vouloit élever; on voit par le magnifique plan qu'avoit donné cet Architecte,

Architecte, qu'il avoit fixé l'épaisseur de ces piliers à la moitié de la largeur de la nef; ce qui étoit plus que suffisant pour résister à la poussée des arcades, sans même avoir besoin d'être contre-butées par les arcades voisines, comme elles l'ont été depuis.

L'on rapporte effectivement que les arcades qu'il avoit fait construire sur ces piliers, s'ouvrirent peu de temps après sa mort; mais ce n'étoit certainement pas le poids du dôme qui les avoit fait ouvrir, puisqu'il n'étoit pas commencé : on sait qu'un peu trop de précipitation de la part de l'Architecte à élever son ouvrage, & l'ardeur avec laquelle Jules II en pressoit peut-être l'exécution, lui firent passer trop légérement sur la solidité des fondations; il crut pouvoir se servir utilement de celles du Cirque de Néron, & de la premiere Basilique de Saint-Pierre, que l'on avoit construite au-dessus. Mais indépendamment de ce que ces anciens édifices pouvoient n'être pas établis sur de bons fondemens, il fut obligé de fonder à neuf deux des piliers du dôme; & dèslors le tassement ne put pas être uniforme.

Les Architectes qui travaillerent à cette Eglise après Bramante, & jusqu'à ce que Michel-Ange y eût mis la derniere main, s'attacherent principalement à grossir à l'excès les quatre piliers, au point qu'ils ont actuellement beaucoup plus du double de la surface que Bramante leur avoit donnée. Peut-être auroit-on pu se contenter d'augmenter la superficie des fondations par de larges empâtements, assis sur un terrein consolidé par des pilotages ou par d'autres moyens, & lier ces piliers par des arcs droits & renversés; mais il étoit pour le moins inutile de les grossir par le dessus : on formoit des massifs énormes qui ne faisoient que charger le terrein, & l'on diminuoit la largeur de la nef qui, sans cela, auroit été bien plus vaste & plus majestueuse; d'ailleurs on ne donnoit aucune solidité à l'édifice, par des placages qui ne pouvoient jamais faire de liaisons solides & suffisantes.

Il y a des circonstances, où l'on peut dans l'Architecture, comme dans la Géométrie, déterminer, à l'aide des données du problême,

les choses qui sont encore inconnues : mais dans l'application qu'en fait M. Patte dans son Mémoire, il ne fait pas attention que ce n'est pas ici tout à fait le cas ; il auroit fallu, pour qu'il prononçât avec quelque certitude l'impossibilité de construire la coupole de Sainte-Genevieve, qu'il eût connu tous les moyens de construction de l'Architecte, ou que du moins il en eût proposé quelques-uns d'équivalents : il n'auroit pas dû sur-tout affirmer qu'il n'y auroit que les quatre massifs qui serviroient à supporter la coupole, tandis qu'il pouvoit se démontrer à lui-même, qu'il n'y a pas une seule colonne, pas un seul mur dans tout cet édifice qui ne puisse concourir à la porter ou à la contre-buter.

On démontrera bien-tôt, que les piliers qui sont élevés à Sainte-Genevieve, se soutiendroient par eux-mêmes, & résisteroient à la poussée des arcs doubleaux chargés de la coupole, quand même ces piliers seroient isolés ; mais on n'en doit pas moins présumer que l'Architecte s'est proposé de faire usage de tous les moyens qu'il s'est préparé pour donner à cet édifice la plus grande solidité dont il puisse être susceptible, en réunissant ensemble tous les points d'appui : il est aisé de voir que l'on pourroit faire cette construction de telle sorte, que chaque colonne ne fît que l'effet d'une *pile*, pour supporter la charge, & que l'effort de la poussée fût porté contre les murs du pourtour, qui serviroient de *culées* & lui résisteroient, non dans le sens de leur épaisseur, mais suivant la direction de leur longueur (Fig. 8) ; car indépendamment des plates-bandes & des arcs en décharge au dessus de ces plates-bandes, qui contre-buteront & réuniront la force de toutes les colonnes, il n'est pas douteux que ces colonnes ne puissent encore porter de grands arcs, ou des arcboutants, qui dirigeroient tous leurs efforts contre la base de la tour du dôme, ou contre les arcs doubleaux qui supporteront cette tour (11). On voit, par la Figure huitieme, la disposition

[11] Les pans coupés, pratiqués dans les angles rentrants extérieurs (Fig. 7,) ont été construits pour répéter une fenêtre, sans laquelle la symmétrie de cette Eglise eût été interrompue, & n'ont pas été faits pour résister à la poussée de la coupole : on

que l'on peut donner à ces arcs de renvoi, pour qu'ils puissent soutenir efficacement la poussée des grands arcs qui doivent supporter le dôme de l'Eglise de Sainte-Genevieve.

On se convaincra facilement, à l'inspection des différentes coupes tracées dans les Figures 8, 9, 10 & 11e. (*) qu'il n'y a pas une seule colonne qui ne puisse servir à supporter une partie du poids de ce dôme: on doit même juger que l'on pourroit, par la grandeur & par la forme des arcboutants, trouver le moyen de disposer la direction des forces, de maniere que chaque colonne portât une égale portion du poids, que tous les murs du pourtour en portassent aussi une portion relative à leur épaisseur, & qu'ils résistassent encore à la poussée suivant

verra cependant dans la suite qu'ils seroient absolument essentiels pour résister à des arcboutants, auxquels on pourroit faire porter la plus grande partie du dôme, non pas en leur opposant une résistance directe; mais ne sait-on pas qu'à défaut d'une puissance qui s'opposeroit directement à un certain effort, on peut substituer deux autres puissances, qui, quoique agissant chacune obliquement & de côté, feroient le même effet.

C'est précisément ce que l'on peut faire dans l'occasion présente : l'on voit (Fig. 7) que l'effort étant porté suivant la direction KL, si l'on fait un arcboutant qui porte sur les colonnes K, L, & deux autres qui portent sur les colonnes L, M. L, N. Cet effort sera soutenu par les deux puissances M & N, qui résisteront suivant les directions LM, LN. On ne dira pas que ces forces ne sont pas suffisantes, puisque ce sont les murs de l'Eglise, qui ont plus de cent pieds de longueur, & que l'on doit regarder comme deux culées de cent pieds d'épaisseur au moins, qui concourent l'une & l'autre à contre-buter cet effort, & qui font ensemble le même effet que si, à la suite du pan coupé NM, on avoit construit un mur de même épaisseur que ceux de l'Eglise, & qui eût eu cent quarante pieds de longueur suivant la direction KL prolongée.

L'on voit aussi que l'effort qui se feroit suivant la direction HT, seroit soutenu par les arcs HO, HK, & que l'arc HO pourroit être contre-buté par le grand arc OP, qui seroit lui-même soutenu par l'arc QP, & par le massif du fond de l'Eglise : l'arc HK seroit soutenu par les arcs KD, DÆ, qui se continueroient & se soutiendroient réciproquement, jusqu'à l'extrêmité de l'Eglise; & si l'on vouloit avoir encore une plus grande surabondance de force, ne pourroit-on pas faire un arcboutant de H en N, dont l'effort EH seroit porté contre les murs de l'Eglise, qui serviroient encore de culées sur leur longueur ?

(*) *Nota*. La Figure 8, est la coupe de l'Eglise sur la ligne FB du plan (Fig. 7 :) la Figure 9, est la coupe sur la ligne QG : la Figure 10, est la coupe sur la ligne ÆB; & la Figure 11, est la coupe sur la ligne LU de ce même plan.

la direction de leur longueur ; ce qui produiroit une résistance d'autant plus grande, qu'elle seroit augmentée par le poids même que ces murs porteroient : de sorte que les points d'appui de toutes les poussées pourroient être renvoyés jusques vers les angles de l'Eglise, où l'on a construit des massifs considérables. L'art du Constructeur, est de diviser le fardeau sur toutes les parties de l'édifice ; c'est le fruit d'une étude approfondie des forces que l'on peut opposer les unes aux autres, dans toutes les directions convenables.

En considérant à présent, sous un autre point de vue, les colonnes qui seront spécialement employées à supporter le dôme, ne peut-on pas aussi les comparer aux pilots dont on se sert pour asseoir les édifices les plus lourds ? Ces pilots ne sont autre chose que des points d'appui très-petits, mais seulement multipliés ; cependant il suffit de distribuer ces points d'appui, de telle sorte qu'aucun ne soit inutile pour former une fondation très-solide.

C'est ainsi que sont disposées les douze colonnes qui sont proche de chaque pilier du dôme de Sainte-Genevieve ; & en les considérant comme de gros pilots, on voit qu'elles sont espacées à peu près vers leur base, dans le rapport, suivant lequel on espace ordinairement les pilots dans les grands ouvrages.

En réfléchissant sur les observations précédentes, on conçoit facilement que toute l'illusion que peut faire la hardiesse de l'Architecture gothique est fondée sur de semblables moyens : les voûtes en tiers point, extrêmement élevées, ne se soutiennent que par leurs ogives, qui en sont comme la *carcasse* & concourent toutes à se contre-buter. Tout est à jour dans les murs ; les grandes & longues fenêtres qui ne sont séparées que par de petits piliers, donnent une apparence de légéreté que l'on ne trouve point dans l'Architecture antique : on y voit des culs de lampes bien plus extraordinaires & plus hardis que nos dômes modernes, à qui je ne les compare cependant pas, relativement à la beauté & à la noblesse

de ceux-ci. Cependant, en considérant ces édifices avec attention, on voit que le seul art des Architectes, étoit de soutenir les buttées par des arcboutants très-légers par eux-mêmes, mais multipliés autant qu'ils le croyoient nécessaire : ils portoient leurs points d'appui fort loin, non-seulement pour augmenter la longueur du levier de la résistance, mais encore pour faire, en quelque sorte, disparoître à la vue leurs arcboutants. C'est peut-être au détriment de l'art que nous avons abandonné totalement ce genre d'Architecture, qui avoit sans doute des beautés : les constructions des édifices faits dans le temps où il étoit en usage, quoique d'un goût absolument différent du nôtre & souvent bizarre, sont certainement plus savantes que tout ce qui nous reste de l'Architecture antique, & il seroit à desirer qu'en conservant les belles formes & les ornements de l'Architecture grecque, l'Architecture moderne pût imiter l'art des constructions & la légéreté de la gothique.

On ne connoît point encore d'édifice plus propre à remplir ce double objet, que l'Eglise de Sainte-Genevieve : on y voit la pureté de la bonne Architecture, & l'on remarque que l'on peut employer avec succès les procédés gothiques pour l'exécution de ses voûtes, qui deviendront par ce moyen très-légeres; c'est vraisemblablement dans cette vue que l'Architecte a pris le parti de former les voûtes des nefs en cul de four. On peut observer que les pendentifs qui les supporteront, ne sont autre chose que des ogives; & les arcs qui contre-buteront les arcs doubleaux, rejetteront les points d'appui au loin, sur les colonnes & sur les murs.

Peut-être quelques personnes, en voyant sur les plans rapportés dans le Mémoire de M. Patte, la petitesse apparente des points d'appui de cette Eglise, & en les comparant avec ceux qu'on leur a mis en parallele, pourroient-elles craindre qu'ils ne fussent écrasés par la charge du dôme; mais cette crainte sera bientôt dissipée, lorsqu'on se rappellera toutes les précautions que l'on prend dans la construction de cet édifice, à qui cet Auteur lui-

même n'a pu refuser des éloges dans un de ses Ouvrages. Tous les constructeurs savent d'ailleurs que la résistance que les pierres opposent à la puissance qui tendroit à les écraser, est immense, lorsque toutes leurs parties sont appuyées exactement les unes sur les autres : on voit, dans plusieurs porches d'Eglise, de très-petites colonnes qui portent des voûtes fort étendues & des murs très-élevés; tout le monde peut voir que les pierres de la base des tours de Notre-Dame de Paris n'ont pas été écrasées par l'énormité du poids dont elles sont chargées [12].

On est donc assuré, par l'expérience, qu'il n'y a pas à craindre que les pierres des colonnes dont on parle puissent s'écraser sous la charge; & si l'on prenoit le parti, par le moyen des arcboutants & des décharges multipliées, de faire porter le poids à plomb & sur le milieu de ces colonnes, & que l'on distribuât ce poids sur toutes également, & principalement sur les murs du pourtour, bien loin de craindre que les piliers qui doivent porter ce dôme ne fussent pas assez solides, il seroit possible peut-être d'en supprimer les massifs, & de ne laisser que les colonnes qui sont engagées dans leurs angles; on verra bientôt qu'elles suffiroient, étant soulagées par les neuf colonnes voisines, & quand même on ne voudroit pas se

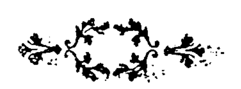
[12] Si l'on fait la comparaison de la superficie des points d'appui qui soutiennent le dôme de Saint-Paul de Londres, avec ceux qui soutiendroient celui de Ste. Genevieve, en y comprenant que les piliers & les douze colonnes les plus voisines de chaque pendentif, on trouvera que le diametre du dôme de Saint-Paul étant à celui de Sainte-Genevieve à peu près comme 5 est à 3 : leur poids devroit être en raison du cube de ces nombres, si ces dômes étoient du même genre & construits sur le même modele, c'est-à-dire comme 125 est à 27, ou comme 4 & demi est à 1.

Cependant la superficie des points d'appui du dôme de Saint-Paul, en y comprenant le massif des angles, qui est environ de 1150 pieds, n'est pas le quadruple de la superficie de ceux de Sainte-Genevieve qui est de plus de 300 pieds; & l'on doit observer que ces dômes ne sont pas du même genre, celui de Saint-Paul étant beaucoup plus élevé que l'autre : si l'on faisoit cette comparaison relativement aux fondations de ces points d'appui, on trouveroit que la superficie des supports du dôme de Saint-Paul, n'est que d'un tiers au dessus de celle des supports de Sainte-Genevieve.

ſervir de toutes celles de l'Egliſe, on pourroit donner au dôme juſqu'à ſoixante-huit pieds de diametre ; ou bien, ſi on le faiſoit porter ſur toutes les colonnes, on pourroit lui donner quatre-vingt pieds avec une hauteur proportionnée, ſans qu'il y eût rien à riſquer pour ſa ſolidité.

Quoiqu'il ſoit ordinaire dans l'Architecture de chercher à ſoutenir les maſſifs par des appuis verticaux, on peut cependant, lorſqu'on n'a pas de moyens pour faire uſage des puiſſances directes, en employer d'autres qui, en agiſſant dans des directions obliques, feront exactement le même effet que les premieres. Au lieu d'un étai que l'on ne peut pas placer verticalement, on en poſe tous les jours d'autres qui n'en ſont pas moins ſolides pour être diſpoſés obliquement, lorſque l'on a attention qu'ils ſe contre-butent les uns les autres ; en employant, pour la conſtruction du dôme de Sainte-Genevieve, un moyen analogue à celui que l'on emploie pour les étais de charpente, il eſt aiſé de concevoir qu'on peut ſoutenir preſque entiérement cet édifice par des eſpeces d'étais en maçonnerie, en conſtruiſant derriere les pannaches de forts arcboutants correſpondants, qui s'appuieroient contre l'angle rentrant des murs du pourtour, & par conſéquent contre ces murs mêmes qui réſiſteroient à leur pouſſée dans le ſens de leur longueur, ce qui donneroit au dôme des points d'appui inébranlables, alors les colonnes, ainſi que les maſſifs, n'en porteroient qu'une très-petite partie [13].

[13] On trouvera dans la derniere partie le calcul du poids que porteroit chaque colonne ſuivant cette ſuppoſition, & la maniere dont les arcboutants pourroient être conſtruits : on en voit la diſpoſition dans les Figures 7, 10 & 11.



§. IV.

Application des principes de la théorie, au calcul de la poussée des voûtes du dôme & des nefs de l'Eglise de Sainte-Genevieve.

Quoiqu'on ait lieu de croire que l'on a donné une solution satisfaisante du problême proposé par M. Patte, & que l'on a suffisamment réfuté les objections de cet Auteur contre la coupole de Sainte-Genevieve, on se propose de faire ici une application plus particuliere des principes généraux de la théorie de la poussée des voûtes, à celles de cette Eglise; non pour donner des preuves plus complettes de la solidité de cet édifice, mais pour proposer des exemples de la maniere dont on peut se rendre compte, & répondre de l'exécution d'un grand ouvrage, lorsqu'on en médite le projet.

Malgré les réflexions que j'ai faites dans la premiere partie de cet Ecrit, sur la théorie & sur les principes de M. de la Hire, concernant la poussée des voûtes, je regarderai néanmoins ici ces principes, comme des vérités reçues & que l'on peut suivre avec confiance dans la pratique; ce sera en les suivant exactement, que je démontrerai géométriquement que la coupole dont il s'agit peut être supportée par les piliers qui sont construits, de quelque hauteur & de quelque étendue, convenable à cette Eglise, que l'on voulût la supposer.

Pour faire ces calculs, j'ai suivi le dessein de cette coupole & le profil qu'en a donné M. Patte dans son Mémoire, après l'avoir tracé plus en grand, aussi exactement qu'il a été possible d'en juger par les mesures connues : j'ai supposé ensuite que, dans un cas d'insuffisance de l'épaisseur des murs pour soutenir la poussée de ses voûtes, la rupture se feroit vers le milieu de leurs reins, & j'ai cherché le cube de toutes les parties de cette coupole, par la con-

noissance

noissance du centre de gravité de chacune d'elles, où l'on doit supposer qu'est réuni leur poids; je les ai trouvées telles que je les rapporte dans la Table suivante [14].

J'ai supposé que la voûte supérieure auroit dans l'endroit le plus foible, deux pieds d'épaisseur non compris les gradins, attendu qu'elle doit être exposée aux injures de l'air, & avoir une force convenable; & quoique la voûte inférieure puisse être faite en matériaux légers, j'ai encore supposé que sa poussée seroit égale à celle des voûtes ordinaires, afin qu'il ne puisse rester aucun doute après le résultat de ces calculs.

Dans le cas où les murs ne seroient pas assez forts pour soutenir

[14] *Parties de la Coupole.*	*Surface du profil.*		*Circonférence que décrit le centre de gravité.*		*Cube de chaque partie de la coupole.*		*Huitieme du cube des parties de la coupole.*		
	pi	*po*	*pi*	*po*	*pi*	*po*	*pi*	*po*	
Le piédestal & le groupe, . . G=	70	6	16	9	1180	10	147	7	
Le dessus de la voûte en tiers point, H	78	0	91	8	7150	0	893	9	
Le dessous de la voûte en tiers point, J	78	5	179	8	14088	9	1761	1	
L'attique & corniche du tambour, K	100	3	215	10	21637	2	2704	8	
Le tambour où sont les colonnes, L	120	0	211	1	25330	0	3166	3	13747.
Le socle au dessous des colonnes, M	135	0	217	4	29340	0	3667	6	
Le dessus de la voûte en cul de four, O	30	0	78	5	2352	0	294	0	
Le dessous de la voûte en cul de four, P	36	0	176	0	6336	0	792	0	
Les seize demi-colonnes du pourtour, ...					2400	0	300	0	
Les parties au dessus des lunettes de la voûte en cul de four,					160	0	20	0	
Le cube des corniche & attique des avant-corps, *q* . .					8320	0	1040	0	
Le cube du tambour des avant-corps, ... *r* . .					12800	0	1600	0	4157 6
Le cube des socles des avant-corps, ... *s* . .					10480	0	1310	0	
Les huit colonnes des avant-corps, ... *x* . .					1660	0	207	6	
A DÉDUIRE									
Le vuide des huit fenêtres & des œils de bœuf, . . .					4352	0	548	0	
Les quatre grandes lunettes de la voûte en tiers point, .					3844	0	480	6	
Les quatre petites lunettes de la même voûte, ...					96	0	12	0	1677 6
Les huit lunettes de la voûte en cul de four, ...					432	0	58	0	
Les quatre fenêtres & les œils de bœuf des avant-corps, .					3536	0	442	0	
Le cube d'une partie du socle au dessus des arcs de la nef,					1096	0	137	0	

la pouſſée de la voûte, & où il s'y feroit des ruptures, on doit juger qu'elles ſe feroient plutôt au-deſſus des fenêtres que par-tout ailleurs, parce que ce ſont les endroits les plus foibles & ceux où il ſe trouve le moins de liaiſon dans l'appareil : cependant, comme il y a quatre de ces fenêtres où le mur aura près de douze pieds d'épaiſſeur vers l'entablement & vers le ſocle, il n'eſt pas à préſumer qu'il ſe faſſe aucune rupture dans ces parties; mais pour ne laiſſer lieu à aucune objection fondée, je ferai le calcul, en ſuppoſant que la rupture ſe fera en huit parties.

Sans m'arrêter à la théorie de M. Fraiſier, qui n'eſt pas abſolument exacte [15], je conſidérerai chaque huitieme partie de la voûte, comme un coin qui agit contre chaque huitieme partie du tambour pour le renverſer; par conſéquent je ſuppoſerai que cette voûte eſt coupée verticalement en huit parties [15 nº. 2.] On ſent combien

[15] M. Fraiſier a avancé (*dans ſon Traité de la coupe des Pierres, tome 3, page 401,*) qu'en ne donnant aux piédroits des voûtes ſphériques, que la moitié de l'épaiſſeur que l'on a trouvée par les formules pour les voûtes en berceau de même diametre, ils ſeroient encore plus forts qu'il n'eſt néceſſaire pour les mettre en équilibre avec la pouſſée; mais la théorie qu'il en a donnée n'eſt pas exacte.

Il établit d'abord que dans une voûte en arc de cloître, dont le plan ſeroit un polygone régulier, les piédroits pourroient être des priſmes triangulaires, dont la plus grande épaiſſeur ſeroit celle que donneroit le calcul pour l'épaiſſeur des piédroits d'une voûte en berceau de même diametre que le polygone; mais pour réduire le plan de tous ces priſmes à une épaiſſeur uniforme, & former des murs à faces parallelles, équivalents aux priſmes triangulaires, il ne prend pour cette épaiſſeur que la moitié de celle des priſmes, ce qui donne bien le même priſme de maçonnerie, & même quelque choſe de plus; mais il ne fait pas attention que le bras de levier de la puiſſance réſiſtante, eſt les deux tiers de l'épaiſſeur de ces priſmes, & que lorſqu'on y ſubſtitue les piédroits à faces parallelles, ce bras de levier n'eſt plus que le quart de cette même épaiſſeur; par conſéquent il s'en faut de beaucoup que la réſiſtance de ceux-ci ne ſoit égale à celle des premiers.

[15 nº. 2] Il eſt vrai que, ſi l'on ſuppoſoit que la rupture pût ſe faire en ſeize parties, le centre de gravité des puiſſances réſiſtantes étant plus proche du point d'appui que dans les premieres, elles auroient moins de force pour réſiſter à la pouſſée. Le calcul donne environ un ſoixantieme de différence; mais ce petit déſavantage eſt bien compenſé par la plus grande force des parties du tambour, qui ſont entre les fenêtres, à cauſe de la liaiſon des matériaux ſur toute la hauteur du mur.

Si l'on cherche quelle doit être l'épaiſſeur des piédroits d'une voûte en cul de

une ſemblable ſuppoſition donnera d'avantage à la puiſſance agiſſante, & combien l'on doit être aſſuré que l'on pourra compter ſur le réſultat des calculs, pour s'y conformer dans la pratique.

Je ferai abſtraction, quant à préſent, des avant-corps qui ſont portés par les maſſifs, & même du ſocle quarré qui doit contre-venter la tour : l'arc doubleau ayant cinq pieds & demi de largeur, j'ai donné quatre pieds d'épaiſſeur au mur de la tour, & deux pieds au ſocle des colonnes; cependant, comme ce ſocle feroit ſaillie de ſix pouces au delà du milieu de l'arc, j'ai fait dans cette partie un renfoncement dans le ſocle ſeulement, mais les colonnes portent toujours entiérement ſur l'arc doubleau qui, étant joint aux pannaches, s'élargit à meſure qu'il approche des pans coupés [16].

four de vingt pieds de diametre, qui auroit deux pieds d'épaiſſeur & dix pieds de hauteur de piédroits, on trouvera que, ſi l'on ſuppoſe que la voûte ne puiſſe ſe fendre qu'en deux endroits ſeulement, l'épaiſſeur des piédroits devroit être de 2 pieds 1 pouce 5 lignes; mais ſi l'on ſuppoſe qu'elle ſe fende en quatre endroits, on trouvera que cette épaiſſeur doit être de 2 pieds 5 pouces 2 lignes; & que ſi la rupture ſe faiſoit en huit endroits, comme je le ſuppoſe pour la voûte de Sainte Genevieve, on trouveroit que l'épaiſſeur devroit être de 2 pieds 7 pouces 5 lignes; & enfin, en ſuppoſant que la rupture dût ſe faire en ſeize endroits, on trouveroit que l'épaiſſeur des piédroits devroit être de 2 pieds 7 pouces 11 lignes.

Si l'on cherche enſuite quelle devroit être l'épaiſſeur des piédroits d'une voûte en berceau, de même diametre, épaiſſeur & hauteur de piédroits, on trouvera qu'elle ſeroit de 4 pieds 8 pouces 3 lignes.

L'on voit par conſéquent que, dans cet exemple, l'épaiſſeur des piédroits d'une voûte ſphérique ne doit être la moitié de ceux d'une voûte en berceau, que dans le cas où la voûte ſe fendroit en trois parties: elle devroit être moins de moitié, lorſqu'elle ſe fend en deux parties, & plus de moitié, lorſqu'elle ſe fend en quatre ou dans un plus grand nombre de parties; la différence de ces épaiſſeurs n'eſt cependant pas bien conſidérable, on voit ſeulement qu'il faut donner au mur environ un tiers de plus d'épaiſſeur, lorſqu'il peut ſe fendre en ſeize parties, que lorſqu'il ne peut ſe fendre qu'en deux.

[16] Pour connoître la pouſſée de la voûte ſupérieure (Fig. 4,) je conſidere que la puiſſance qui agira pour renverſer le piédroit, ſera produite par le cube de la voûte en tiers point juſqu'en C, & l'effort qu'elle fera au point C, en agiſſant comme un coin TCV, ſera au cube de cette voûte, comme la moitié TC de la tête du coin, eſt à ſa longueur VC; ou bien :: $24\frac{1}{2} \cdot 29\frac{1}{4}$.

L'on a trouvé dans la table ci-jointe que G+H étoit $1041\frac{1}{3}$, par conſéquent cette partie de la puiſſance agiſſante ſera $\frac{1041\frac{1}{3} \times 29\frac{1}{4}}{24\frac{1}{2}} = 1242^{pi}\frac{3}{4}$, que je nomme nn.

La puiſſance agiſſante dans la voûte infé-

Après avoir fait les calculs rapportés dans la Note 16, on verra

rieure sera produite par le cube de cette voûte de X en D, & ce cube est à l'effort qu'il fait pour renverser les piédroits, comme SD est à BD, ou environ :: 5 . 7 : le cube de cette partie de voute est = 294; par conséquent cette seconde partie de la puissance agissante sera $\frac{294 \times 7}{5} = 411^{pi} 7^{po}$. je la nomme *mm*.

Les puissances résistantes sont les poids P, J, K, L, M, N, des différentes parties du profil, réunis à leur centre de gravité.

Pour avoir les bras de levier à l'extrémité desquels agissent toutes ces puissances, il faut considérer que le point d'appui, autour duquel le mur tourneroit s'il étoit renversé, seroit au point R, qui est à l'extrémité du mur au dessus de l'arc doubleau qui lui sert de fondement.

Après avoir tiré sur les lignes AC & BD, les perpendiculaires CE, FD, qui expriment les directions des puissances agissantes, on menera sur ces lignes du point R, les perpendiculaires RE, RF, qui seront les bras de leviers à l'extrémité desquels agiront les puissances *nn* & *mm*; de sorte que le *momentum* de ces puissances, que j'appellerai avec M. Bernoully leur *énergie*, sera $nn \times RE + mm \times RF$.

A l'égard des puissances agissantes, j'abaisse de tous les centres de gravité des perpendiculaires sur la ligne YR, qui rencontreront cette ligne aux points *p*, *i*, *l*, *k*, *m*, *n*; je rapporte ensuite sur la ligne YR du plan (Fig. 3) les points N, M, K, L, J, P, & je réduis les trois poids K, L, M, dans un seul, dont le centre de gravité sera en t, & les deux poids P, J, aussi dans un seul, dont le centre de gravité sera en q.

Je fais ensuite passer des arcs par les points q, t, n, & je prends les centres de gravité de ces arcs aux points Q, T, N, que j'ai indiqués par ce signe (*), l'on aura alors tous les bras de levier des puissances résistantes depuis le point R jusqu'à ces signes (*); ainsi l'énergie des puissances résistantes sera $P + J \times QR$ $L + M + K \times TR$, & $N \times NR$: en prenant la valeur de ces poids marqués dans la table ci-dessus, on aura

nn =	$1242^{pi}\ 9^{po}$	& $nn \times RE$ =	$32103\ 9^{po}$	= 42223 10^{po} qui est l'énergie de la puissance agissante.
RE =	25 10			
mm =	411 7	& $mm \times RF$ =	10120 1	
RF =	24 7			
P+J =	2022 0	& $P+J \times QR$ =	21291	= 66233 0^{pi} qui est l'énergie de la puissance résistante.
QR =	10 $6\frac{1}{2}$			
L+M+K =	8853 5	& $L+M+K \times TR$ =	44267	
TR =	5			
N =	300 0	& $N \times NR$ =	675	
NR =	2 3			

d'où l'on voit que l'énergie des puissances résistantes, qui est ici de 66233 pieds, étant plus considérable de moitié que celle des puissances agissantes; il est démontré que ces murs soutiendroient aisément la poussée des voûtes, quand même ils resteroient isolés, & que l'on ne feroit aucun avant-corps pour les contre-buter.

que l'énergie avec laquelle les piliers résisteront à la poussée, est encore d'une moitié plus forte que celle avec laquelle les deux voûtes tendent à le renverser; & que si l'on admettoit l'hypothese du frottement [17] que l'on ne peut raisonnablement pas rejeter, cette énergie de la puissance résistante seroit plus du double de celle de la puissance agissante : il s'agit à présent de trouver quelle résistance opposeront les quatre avant-corps que l'on placera sur les massifs.

Parmi les différents partis que l'on peut prendre pour contre-buter ce dôme & former ces avant-corps, je me sers de celui que M. Patte a indiqué, en faisant néanmoins porter la plus grande partie de la colonne sur le massif, & le restant sur le petit arc, qui sera soutenu par les colonnes engagées : il y a au surplus plusieurs autres moyens, par lesquels, sans faire porter à faux les colonnes de ces avant-corps, on pourroit leur donner plus de saillie, afin d'augmenter la longueur des leviers des puissances résistantes; & il paroît que le dessein de l'Architecte de Sainte-Genevieve n'est pas bien d'accord avec l'idée que M. Patte propose sur cet objet. Dans le projet de cette Eglise, publié en 1757, on voit dans chaque avant-corps quatre colonnes, tandis que M. Patte n'en suppose que deux.

[17] J'ai suivi exactement, dans le calcul de la Note précédente, la théorie de M. de la Hire, & je n'ai supposé aucun frottement entre les voussoirs; mais si l'on vouloit y avoir égard, & suppose, conformément à l'expérience, que ce frottement est au moins la moitié du poids, il ne faudroit prendre, comme je l'ai démontré à la Note 5, que les deux tiers de nn & de mm pour le poids qui tend à renverser les piédroits, & l'on auroit alors :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3}\,nn = \overset{pi}{828}\ \overset{po}{6} \\ RE = 25\ \ 10 \end{array}\right\} \&\ \frac{2}{3}\,nn \times RE = 21402$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3}\,mm = 274\ \ 4 \\ RF = 24\ \ 7 \end{array}\right\} \&\ \frac{2}{3}\,mm \times RF = 6744$$

$$\left.\begin{array}{r} 21402 \\ 6744 \end{array}\right\} = 28146$$ qui est l'énergie de la puissance agissante.

l'énergie des puissances résistantes étant de 66233, comme ci-devant, on voit qu'elle est beaucoup plus du double plus forte que celle des puissances agissantes, qui n'est que de 28146.

On trouvera par le calcul suivant [18], que par le moyen de ces avant-corps, l'énergie des puissances résistantes seroit presque le triple de celles des puissances agissantes.

On doit bien observer que, lorsque je dis que l'énergie des puissances résistantes est le triple de celle des puissances agissantes, je n'entends point par-là que, si l'on réduisoit le mur au tiers de son épaisseur, il fût suffisant pour résister à la poussée : car, en diminuant

[18] Je considere qu'à cause des grands arcs doubleaux de la voûte en tiers-point vers le milieu desquels se dirige tout l'effort, cet effort se fait suivant la direction YF (Fig. 3.) & qu'il y aura alors deux points d'appui qui seront au dessous des colonnes en A & en B sur le bord du grand arc doubleau de la nef : ainsi, dans le cas où la puissance agissante seroit assez forte pour faire renverser le mur qui lui résiste, il feroit son mouvement à l'entour de la ligne AB.

Après avoir rapporté sur la ligne YF du plan les points DC du profil, je considere que les puissances *mm*, *nn*, agissant au dessus des points DC, suivant la direction DF, n'agiront pas perpendiculairement sur la ligne d'appui BA, & en tirant HFG perpendiculaire, sur la ligne AB, & DH parallele à cette même ligne, l'on voit que l'effort de ces puissances est diminué dans le rapport de FH à FD, qui est environ :: 9 . 9$\frac{5}{6}$; ainsi ces puissances agissantes, au lieu d'être comme ci-devant 1242 pieds 9 pouces & 411 pieds 7 pouces, seront 1137$\frac{1}{2}$ = *nn* & 376$\frac{1}{2}$ = *mm*.

Pour trouver les bras de levier de ces puissances, après avoir tiré sur le plan (Fig. 3) les lignes Dd, Cc, perpendiculaires sur AB. portez ces longueurs D*d*, C*c*; sur la ligne YR du profil (Fig. 4) de *d* en 2 & de *c* en 1, & des points 2. 1 tirant les perpendiculaires 2*f*, 1*e*, on aura les bras de levier des puissances agissantes.

A l'égard des puissances résistantes, elles seront les mêmes que ci-devant; mais il faut y ajouter le poids des avant-corps, qui est réuni à un centre commun de gravité en s (Fig. 3,) & alors le cube sera 3936 pieds.

Pour avoir les bras de levier de ces puissances résistantes, il faut abaisser (Fig. 3) les perpendiculaires sB, N*n*, T*t*, Q*q*, & l'on aura sB = 5 pieds, N*n* = 4 pieds 1 pouce, T*t* = 6 pieds 5 pouces, & Q*q* = 11 pieds 7 pouces & demi.

			pi	*po*		
nn × 1*e*	= 1137$\frac{1}{2}$	×	24	5	= 27774	= 35527 qui est l'énergie des puissances agissantes.
mm × 2*f*	= 376$\frac{1}{2}$	×	20	7	= 7753	
P+J×Q*q*	= 2022	×	11	7$\frac{1}{2}$	= 23506	= 101221 qui est l'énergie des puissances résistantes.
K+L+M×T*t*	= 8853$\frac{1}{2}$	×	6	5	= 56810	
N × N*n*	= 300	×	4	1	= 1225	
S × sB	= 3936	×	5		= 19680	

d'où il suit que l'énergie des puissances résistantes, qui est 101221, est à l'énergie des puissances agissantes, qui est 35527, environ comme 20 est à 7; ce qui est presque le triple de ce qui seroit nécessaire pour résister à la poussée.

l'épaisseur du mur, on alongeroit d'une part le levier des puissances agissantes, ce qui augmenteroit leur énergie; &, d'autre part, on diminueroit non-seulement le poids de la puissance résistante des deux tiers, mais encore son bras de levier de cette même quantité : ainsi la puissance agissante seroit alors ~~plus du~~ le triple de la puissance résistante. On peut seulement conclure que, lorsque la puissance résistante est le triple de la puissance agissante, on pourroit charger le cerveau de la voûte, d'un poids triple de la pesanteur de sa partie agissante, pour renverser ses piédroits, sans que l'équilibre fût rompu.

On verra encore [19] qu'en admettant l'hypothese du frottement qui existe certainement entre les voussoirs, l'énergie de la puissance agissante seroit plus du quatruple de la poussée.

Comme je n'ai eu aucun égard au socle général, qui diminue cependant de quinze pieds la hauteur du piédroit, on voit combien la résistance de ces piédroits est encore au dessus de ce que je viens de déterminer par le calcul; il est donc inutile d'en faire un nouveau suivant cette derniere hypothese.

Pour prouver que les deux voûtes de la coupole de Sainte-Genevieve ne pousseront point autant, jointes ensemble, que celle que M. Patte a proposée dans son Mémoire, je ne supposerai au mur que l'épaisseur qu'il a trouvée par le calcul, qui est de quatre pieds cinq pouces & demi; & en prenant le point d'appui au dessus du socle, comme il l'a fait, je trouve [20] que la puissance résistante seroit d'un douzieme plus forte que la puissance agissante, tandis que, dans la coupole qu'il a proposée, les deux puissances sont égales.

[19] Si l'on fait entrer le frottement dans le calcul, on aura :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3}\,nn \times 1e = 758 \times \overset{pi}{24}\ \overset{po}{5} = 18516\ \ 0 \\ \frac{2}{3}\,mm \times 2f = 251 \times 20\ \ 7 = 5166\ \ 0 \end{array}\right\} 23682 \text{ Puissances agissantes.}$$

D'où il suit que l'énergie des puissances résistantes étant de 101221, est plus du quadruple de celle des puissances agissantes.

[20] Prenez Tk = 15 pieds; & après avoir tiré l'horisontale qr, prenez fr = 4 pieds 5 pouces & demi, & abaissez les perpendiculaires rf, re, qui seront les bras de levier des puissances agissantes.

Prenez ensuite, par le moyen du plan, le centre de gravité de la couronne, qui a 4 pieds 5 pouces & demi pour largeur, &

Pour faire voir encore que ce n'eſt pas dans l'eſpérance *de favoriſer l'inſuffiſance des piliers pour porter une coupole comme à l'ordinaire ;* que l'Architecte de Sainte-Genevieve *a imaginé après coup* celle qu'il compte faire exécuter, je ferai encore un calcul pour un dôme qui auroit trente pieds de hauteur de plus que celui de Sainte-Genevieve, qui auroit même diametre, & qui ſeroit auſſi terminé par deux voûtes : on verra, par le réſultat, que la puiſſance réſiſtante auroit encore plus du double de la force qui lui ſeroit néceſſaire pour réſiſter à la pouſſée; & ce dôme ſeroit cependant conſtruit ſuivant les proportions de Fontana pour l'intérieur, & ſeroit beaucoup plus élevé à l'extérieur [21].

Dans tous les calculs précédens j'ai ſuppoſé, ſuivant l'hypotheſe de M. de la Hire, que le point de rupture de celle des voûtes qui ſera en tiers point, ſe fera au milieu des reins : mais je dois convenir que ce n'eſt pas là où eſt le point le plus déſavantageux; car, en faiſant le calcul pour un point qui ſeroit au deſſous de celui-là, je trouve que la puiſſance agiſſante augmente de force, attendu que ſon poids augmente beaucoup plus à proportion que ſon bras de levier ne diminue : cette différence provient de ce que

rapportez le ſur le profil au point T, marquez auſſi le point Q du plan en *q*.

		pi	po	pi	po		
nn × *re*	=	1242	9 ×	19	9	= 24543 9	30922 = l'énergie de la puiſſance agiſſante.
mm × *rf*	=	411	7 ×	15	6	= 6379 6	
P + J × *qr*	=	2022	×	8		= 16176 0	= 33493 l'énergie de la puiſſance réſiſtante.
L + M + K × *r*T	=	6112	×	2	10	= 17317 0	

d'où il ſuit que l'énergie de la puiſſance réſiſtante eſt à celle de la puiſſante agiſſante :: 33493 · 30922 ou environ :: 12 . 11.

[21] Si l'on fait le profil de la coupole ſuivant ces meſures, on auroit le levier de *nn* = 42, celui de *mm* = 45 ½, & l'énergie des puiſſances agiſſantes ſeroit 1137 ½ × 42 = 47775, & 376 ½ × 45 ½ = 17130, qui, étant jointes enſemble, produiroient un total de 64905.

A l'énergie des puiſſances agiſſantes que nous avons trouvée ci-devant de 101221, il faudroit encore ajouter celle d'un ſocle, qui ſeroit au ſocle M comme 30 eſt à 18 (Fig. 4.) l'on trouvera pour le cube de ce ſocle 6112 pieds, qu'il faut multiplier par ſon bras de levier qui ſeroit de 5 pieds 3 pouces, & l'on auroit 32088 qui, étant ajouté à 102328, donneroit un total de 133209.

Ainſi l'énergie de la puiſſance réſiſtante eſt encore plus du double de celle de la puiſſance agiſſante.

l'épaiſſeur

l'épaiſſeur de la voûte, ainſi que ſon cube, augmentent beaucoup plus que dans une voûte ſphérique, & que l'inclinaiſon de la direction de l'effort ne change pas ſenſiblement. J'ai cependant ſuivi la premiere hypotheſe, parce qu'en faiſant entrer en conſidération la tenacité des matériaux, qui eſt d'autant plus grande que la voûte a plus d'épaiſſeur, il eſt très-probable qu'il faudroit une puiſſance plus grande pour occaſionner une rupture au deſſous du point C que au deſſus, & il y a apparence qu'en cas d'inſuffiſance des piédroits, la voûte ſe fendroit dans l'endroit où elle a le moins d'épaiſſeur; mais en ſuppoſant que la rupture s'y fît, la puiſſance agiſſante auroit encore moins de force que dans notre hypotheſe: au reſte, quand la voûte ſe fendroit au milieu des reins & même à l'endroit où elle rencontre le piédroit, il y auroit toujours beaucoup plus de force du côté des puiſſances réſiſtantes, que du côté des puiſſances agiſſantes [22].

A préſent que j'ai démontré la poſſibilité d'élever à Sainte-Genevieve, une coupole dont la baſe porteroit entiérement & ſans aucun porte-à-faux ſur les arcs doubleaux & ſur les pendentifs, il ne reſte plus qu'à prouver, de la même maniere, que les arcades du centre de cette Egliſe peuvent ſoutenir ce poids.

Ces arcades auront environ quarante pieds de diametre, cinquante-quatre pieds de hauteur de piédroits, & quatre pieds trois pouces d'épaiſſeur moyenne à la clef.

Je conſidere d'abord la pouſſée de l'arcade, & je crois que l'on ne

[22] Pour en faire le calcul, il faudra 1° ajouter à *nn* = 1242 pieds 9 pouces, 2° le poids compris entre le point C & la rencontre du piédroit : on le trouve de 525 pieds, & l'on aura *nn* = 1767 . 9. Si l'on tire pour cette hypotheſe les lignes Ac, ce, eR (fig. 4), on aura le bras de levier Re = $19\frac{1}{2}$, ce qui donnera pour l'énergie de la puiſſance *nn* 34470, au lieu de 32103 trouvée ci-devant (Note 16); ce qui fait une différence de 2367.

Il faut à préſent retrancher des puiſſances réſiſtantes le même poids 525, multiplié par la diſtance de ſon centre de gravité, au point d'appui que l'on trouvera de 12 pieds, & l'on aura 6300; de ſorte que l'effort des puiſſances agiſſantes ſera 42223 + 2367 = 44590, & l'effort des puiſſances réſiſtances ſera 66233 — 6300 = 59933, qui eſt encore plus grand d'un tiers que l'effort des puiſſances agiſſantes.

peut supposer un cas plus désavantageux à cet égard, que d'imaginer que le mur pourroit se fendre vers la jonction F (Fig. 3) de l'avant-corps avec le tambour, de sorte que les arcs porteroient chacun un sixieme de la coupole, en n'y comprenant pas les avant-corps, & les piliers & les pendentifs porteroient chacun les avant-corps & un douzieme de la coupole. On voit à la table rapportée Note 14, que le douzieme de la coupole est 8347 pieds cubes, & que ce douzieme, joint à l'avant-corps, est de 16662 pieds; il ne s'agit actuellement que de cuber les différentes parties de l'arc du pilier & des pannaches : je les rapporte exactement dans la table ci-dessous. [23].

On voit dans la Note [24] que les poussées des arcs, suivant les directions fg (Fig. 3) & ag, font le même effet qu'une seule puissance qui agiroit suivant la ligne dg, & que ces poussées qui sont produites par le poids d'une partie des arcs & du sixieme du dôme,

---

[23] *Parties du pilier & des arcs doubleaux.*

Le cube du pilier dans la hauteur du socle,	518
Le cube du pilier dans la hauteur des colonnes,	5150
Le massif depuis les colonnes jusqu'à la coupole,	6814
La corniche,	160
Parties des arcs doubleaux jointes aux piliers,	650
Partie du pendentif jointe au pilier,	1117
Total du pilier formant la puissance résistante,	14419
Partie de l'arc doubleau qui forme le coin,	1368
Parties du pendentif jointes au coin,	86
Total du coin formant la puissance agissante,	1454

[24] La partie de l'arc & des pannaches qui forment la puissance agissante, est de 1454 pieds, comme il est marqué dans la table; à quoi il faut ajouter 8347 pieds, que j'ai trouvés pour la charge de cet arc, on aura 9802 pieds pour le poids du coin.

Si d'un autre côté on ajoute aussi au cube du pilier & du pannache, qui est 14419, le poids dont il sera chargé par les avant-corps, & par une partie de la coupole que j'ai trouvée = 16662, on aura pour le cube de la puissance résistante 31081.

Cherchant ensuite le centre de gravité m du pilier, on le trouve placé à 2 pieds 11 pouces du pan coupé; mais, comme la coupole est appuyée dessus ce pilier, le centre commun de gravité se trouve rapproché de l'intérieur & placé à 2 pieds & un demi-pouce du pan coupé.

La clef étant chargée d'un poids de 9801 pieds, & ce poids agissant comme un coin, son effort sera à sa pesanteur, comme la

font d'un quart au dessous de la résistance qu'oppose le poids du pilier; d'où il suit que, quand ce pilier seroit *isolé*, il seroit suffisant pour soutenir la poussée de la voûte & pour porter le dôme, sans même avoir besoin d'être contre-buté par les parties voisines.

Enfin, pour faire voir que les piliers se soutiendroient d'eux-mêmes, quand même les quatre arcades ne feroient pas leur effort ensemble, je supposerai encore qu'il n'y a qu'une arcade & deux piliers construits; & je démontrerai que si cette arcade étoit chargée de la partie du dôme qu'elle doit soutenir ainsi que chacun des piliers, l'effort de la puissance résistante seroit encore d'un tiers plus considérable que l'effort de la puissance agissante [25].

Il n'y a pas à craindre qu'il se fasse aucun effort sur la largeur du pilier dans l'endroit où il n'a que trois pieds neuf pouces de largeur: car il ne pourroit se faire de poussée dans ce sens, que celle qui seroit

moitié de la tête du coin est à sa longueur; & dans le cas présent :: 5 . 7, il sera donc $\frac{2801 \times 5}{7} = 7001$ pieds.

Il faut encore considérer la poussée de l'arcade voisine qui agit contre le même pilier, suivant la direction fg du plan, tandis que l'autre la pousse suivant la direction ag : ces deux puissances feroient le même effet qu'une seule dg, qui seroit à chacune de celle-ci, comme la diagonale d'un quarré est à son côté ou environ :: 7 . 5; cette puissance sera donc $\frac{7001 \times 5}{7} = 9801$ pieds.

Pour connoître l'angle suivant lequel se fait cette poussée, marquez sur le plan les points ch au dessous des centres d'impression de la poussée, & tirez les lignes ch & cb; faites ensuite le profil du pilier (Fig. 6) sur la diagonale ig du plan, & marquez y le point c en o, & l'horisontale ob égale cb du plan; élevez ensuite la perpendiculaire bn = ca du plan, & tirant la ligne no prolongée jusqu'en q, on aura l'inclinaison de la direction de la force agissante.

En tirant ensuite la perpenculaire Pq, on aura le bras de levier de la puissance agissante, qui sera $27\frac{1}{4}$; de sorte que l'énergie de cette puissance sera $9801 \times 27\frac{1}{4} = 267077$.

La puissance résistante étant 31081, & son bras de levier mP étant $10\frac{3}{4}$, son énergie sera 334120, qui est d'un quart plus grande que celle de la puissance agissante.

[25] Si l'on suppose qu'il n'y a que l'une des puissances qui agisse pour renverser la moitié du pilier, le centre de gravité de cette partie du pilier chargé de la partie du dôme qui est au dessus, se trouve alors au point n du plan, & le bras de levier Pf (Fig. 5) seroit $33\frac{1}{3}$: la puissance agissante sera, comme il a été dit dans la Note précédente, 7001; ainsi l'énergie de cette puissance seroit $7001 \times 33\frac{1}{3} = 233366$.

Le cube de la puissance résistante seroit 31081, qu'il faut multiplier par son bras de levier nP = 11 pieds, & l'on aura 341891, qui est plus considérable d'un tiers que la puissance agissante.

produite par les pendentifs dans la partie où ils forment une voûte horisontale ; & s'il arrivoit que cette voûte vînt à se fendre verticalement, je ne vois pas qu'il y eût aucune direction des puissances qui pût agir dans ce sens, parce que les voussoirs des pendentifs agissans en coin, poussent les deux arcs & ne font aucun effet sur les piliers.

Si le pannache se fendoit horisontalement, la poussée se feroit dans le sens de la diagonale, & l'épaisseur du pilier seroit toujours au moins de cinq pieds dans ce sens.

Si l'on supposoit encore qu'indépendamment de cette rupture horisontale, le pendentif se fendît verticalement en deux endroits vis-à-vis les angles du pan coupé, il ne pourroit descendre de quelques lignes qu'en avançant & en glissant sur le devant, & alors ce sont encore les arcs doubleaux qui serviroient de *culées ;* & si ces arcs venoient à se fendre, ce ne pourroit être que vers les reins & à l'endroit où se fait la plus grande poussée; car au cerveau des arcs les poussées étant égales, elles se contre-butent l'une & l'autre.

On voit par conséquent que le poids qui agit sur le sommet du grand arc, est contre-buté obliquement par celui qui agit sur le pendentif; & réciproquement, que la puissance qui agit sur les pendentifs, est employée à résister à la poussée des grands arcs & à contre-buter le pilier qui n'a plus d'autre usage que de porter le poids, la poussée des arcs étant par-là peu considérable.

Ainsi cette construction de dôme sur pendentifs est telle, que les parties qui sont portées par les encorbellements soulagent par leur poids la poussée de celles qui sont sur les arcs, & que les piliers n'ont presque d'autre usage que de porter le poids : s'il reste à considérer un effort dans le sens de la longueur des nefs, pour résister à la poussée oblique, on voit qu'à l'Eglise dont il s'agit cet effort sera contrebuté par les deux tribunes qui porteront des arcs élevés vis-à-vis les reins des voûtes principales, qui seront encore soutenus par les grands arcs des bas côtés.

Au reste, la poussée de ces arcs sera peu considérable, parce

que la plus grande partie du fardeau sera portée par les encorbellements : l'on sait que ces encorbellements sont soutenus uniquement par les arcs de côtés, lorsqu'ils sont faits sur un plan quarré, parce qu'ils forment alors un véritable coin qui ne peut être que très-peu soutenu par sa pointe; mais lorsqu'ils sont faits sur un plan octogone, ils forment un coin tronqué, & le pan coupé de l'octogone en supporte une partie peu considérable à la vérité, car ce sont les arcs doubleaux qui en portent la plus grande portion, à cause des joints des pierres qui non-seulement tendent au centre du plan de la tour, mais qui sont encore formés en claveaux sur l'élévation, & suivent dans leurs joints montants une courbure dépendante de celle du pendentif, dont l'essence est d'être beaucoup plus large en haut qu'en bas; & s'il reste une action pour renverser le pilier dans le sens de la diagonale, elle n'est pas à comparer avec celle d'une voûte ordinaire.

Mais, comme M. Patte a fait de cet objet une de ses principales objections (page 27 de son Mémoire) j'en ferai encore le calcul; & pour ne laisser aucun doute sur cette matiere, je supposerai le tambour & les pannaches comme s'ils étoient fendus du haut en bas & absolument isolés : je prouverai cependant [26] que le poids du dôme qui seroit porté par les pendentifs en encorbellement, seroit soutenu par le poids seulement du massif qui fait contrepoids, quand même la bascule ne seroit pas soutenue par le ceintre horisontal, en supposant néanmoins que les matériaux dont seroient construits les

[26] Si l'on veut considérer l'effet que fait le poids d'un dôme relativement à la bascule, il faut supposer le point d'appui des encorbellements au point G, qui est à la naissance du pannache, & imaginer que l'avant-corps se fendra au droit des points FO du plan.

On a vu ci-devant (Note 14) que le cube des avant-corps est de 29724 pieds; & comme le centre de gravité est au-delà du pan coupé, on trouve qu'il y a 19825 pieds qui chargent le pilier, & 9900 qui sont en bascule, à quoi il faut ajouter le douzieme de la coupole, qui est 8347 pieds, & la partie du pendentif, jointe aux piliers, qui est de 1117 pieds; ce qui fait en totalité 19364 pieds cubes, dont sont chargés les pendentifs.

Pour trouver à présent le contre-poids, il faut observer que l'on a 19825 pieds provenans des avant-corps, à quoi il faut ajouter 4480 pieds pour le poids du mas-

pannaches & les massifs vis-à-vis ces pannaches, fussent posés en bonne liaison, & qu'ils fussent même cramponnés les uns avec les autres.

§. V.

Exposition de quelques-uns des moyens de construction que l'on pourroit employer dans celle du dôme de l'Eglise de Sainte-Genevieve.

J'ai annoncé que si l'on prenoit le parti de distribuer le poids du dôme sur toutes les colonnes & principalement sur les murs de l'Eglise, on pourroit supprimer les massifs qui ont été construits pour porter le dôme, en laissant subsister seulement les trois colonnes qui sont engagées dans chaque massif, quoique l'on voie assez par les Figures 7, 8, 9, 10 & 11, comment la chose est possible : afin de ne rien laisser à desirer sur cet article, je vais chercher à déterminer les parties du poids du dôme, que l'on peut faire porter par les murs du pourtour de l'Eglise, & celles qui pourroient être portées par les colonnes de l'intérieur.

Pour cet effet je considérerai, le dôme, le socle sur lequel il est appuyé, les pannaches & les arcs qui le portent, comme un seul massif ou un poids qu'il est question de soutenir, en employant non-seulement des points d'appui verticaux placés directement sous ce dôme, mais encore des arcboutants qui agiront obliquement & dans des directions opposées entr'elles, de la même maniere à peu près que les étais que l'on place pour soutenir des murs, ou des bâtiments dont on ôte les points d'appui verticaux, pour les reprendre sous œuvre.

L'on sait qu'un poids qui pese uniformément sur une surface,

sif GK, ce qui fait en totalité 24305 pieds; le levier du poids qui est en bascule, est [illegible], son énergie sera 67774; le levier du massif résistant à la bascule est 2 pieds 10 pouces: ainsi, son énergie sera 68864, qui est plus considérable que la premiere d'environ un soixantieme.

Il faut considérer que je n'ai pas fait entrer dans ce calcul la poussée de la coupole, qui renvoie le centre de gravité du poids au delà de 2 pieds 10 pouces; ce qui donne encore de l'avantage au contre-poids.

charge également toutes les parties sur lesquelles il repose, & que si cette surface est divisée en parties inégales, chacune de ces parties sera chargée relativement à son étendue : ainsi, pour que des arcboutants portent des parties égales du poids du dôme, il faut que les parties horisontales du plan de la tour qui seront portées par ces arcboutants, soient égales, quelque inclinaison qu'ils aient, de sorte que leur section perpendiculaire à la poussée sera d'autant moindre, qu'ils seront plus inclinés à l'horison [27].

Avant que de distribuer le poids du dôme sur les colonnes, il faut connoître celui dont chacune d'elles est déjà chargée par les voûtes de la nef, les entablements & les murs supérieurs : j'ai rapporté ci-dessous [28] le cube de toutes les parties

[27] L'on voit dans la Figure 8, que l'arcboutant Ee est moins incliné que l'arcboutant Dd : si l'on veut qu'ils soutiennent le même poids, il faut tirer les horisontales Ea, Db, que l'on fera egales entre elles, en tirant ensuite les paralleles aq, Ee; bU, Dd; elles donneront la largeur des arcboutants, en supposant qu'ils aient même épaisseur; & si l'on vouloit que l'arcboutant eE soutînt le double du poids de l'arcboutant Dd, il faudroit faire l'horisontale ia double de Db, & tirer la parallele ie.

Il faut encore observer que si l'on trouvoit cette largeur trop grande, on pourroit la diminuer en augmentant l'épaisseur dans la même proportion.

[28] *Table du cube des voûtes des nefs & de celui des pannaches.*

L'un des grands arcs doubleaux sur les colonnes, ...	$61 \times 3 \times 2\frac{1}{2}$	= 460
L'un des quatre arcs horisontaux d'une calotte, ...	$21 \times 2 \times 1\frac{1}{2}$	= 63
L'un des quatre pannaches d'une calotte en voûte légere, . . .	$16 \times 12 \times \frac{1}{2}$	= 96
Le quart de la calotte en voûte légere de six pouces d'épaisseur, .	$31 \times 5 \times \frac{1}{2}$	= 77
L'un des quatre berceaux de chaque nef, ...	$61 \times 11 \times \frac{1}{2} - 132$	= 205
L'entablement entre deux colonnes, ...	$14 \times 18 \times 2 + 66$	= 570
L'architrave & sa décharge entre deux colonnes, ...	$14 \times 4 \times 3$	= 168
Les murs dans le grand arc & à côté des fenêtres chacun, . . .	$22 \times 7 \times \frac{1}{2}$	= 77
Chacun des montants de ces fenêtres, ...	$19 \times 2 \times 2$	= 76
Les caissons des entre-colonnements, ...	$11 \times 11 \times \frac{1}{2}$	= 60
Les voûtes des tribunes servant de plancher, ...	$11 \times 11 \times 1$	= 120
Les voûtes au dessus de chaque tribune, ...	$11 \times 11 \times 1\frac{2}{3}$	= 200
Chacun des murs de séparation des tribunes, ...	$13 \times 13 \times \frac{3}{4}$	= 126
Le pannache qui soutiendroit le dôme sur les colonnes, ...	818×3	= 2454
Les deux tympans entre les pannaches & les arcs doubleaux, . . .	$14 \times 14 \times 3$	= 588

Comme on suppose ici que les piliers sont retranchés, on a aussi retranché le massif dans l'intérieur des pendentifs.

des voûtes de la nef & de celles qui chargent les colonnes, non compris le cube du dôme que l'on a trouvé ci-devant de 129816 pieds cubes ; c'est par le moyen de cette Table que j'ai construit la seconde [29], où j'ai marqué le poids dont chaque colonne est chargée tant par les entablements que par les voûtes & autres parties accessoires : l'on voit dans cette Table que les sept colonnes O G P T D B H soutiennent la plus grande charge provenant des voûtes de la nef & des tribunes; ainsi dans la distribution que l'on fera du poids du dôme sur les colonnes, il ne faudra faire porter à celles-ci qu'une petite partie du poids.

Les tribunes qui sont proche les pannaches sont voûtées, & la poussée de ces voûtes est opposée à celle des grands arcs doubleaux, mais elle ne lui est pas égale : pour qu'il y eût équilibre, il faudroit construire un arcboutant DM (fig. 9) qui soutînt une partie du

[29] *Indication des colonnes.*	*Charge provenant de l'entablement & des caissons.*	*Charge provenant des voûtes de la nef.*	*Charge des voûtes des tribunes des murs & piliers.*	*Charge sur les colonnes, non compris celle qui provient du dôme.*	*Charge provenant du poids du dôme.*
T, D . .	. . 884	. . 281	. . 617	. . 1682	
J	. . 884	. . 281	. . 265	. . 1430	
O, G . .	. . 625	. . 779	. . 96	. . 1520	. . 80
P	. . 625	. . 779	. . 50	. . 1474	
H B . . .	. . 854	. . 281	. . 311	. . 1446	. . 154
Q	. . 560	. . 281	. . 95	. . 936	
R Æ. . .	. . 798		. . 104	. . 902	. . 698
E Z . . .	. . 776		. . 104	. . 880	. . 720
K	. . 387		. . 456	. . 843	. . 757
L	. . 387		. . 175	. . 562	. . 1038
[illegible]	. . 215		. . 175	. . 390	
X	. . 215		. . 115	. . 330	
S V . . .	. . 210			. . 210	. . 1390
N, M, . .	. . 210		. . 176	. . 386	. . 1214
Y	. . 108		. . 50	. . 158	

dôme

dôme, & l'on trouvera [30], que si cette partie du dôme étoit de soixante-dix-neuf pieds, les deux poussées deviendroient égales ; & il en résulteroit sur la colonne O une charge verticale de soixante-dix-neuf pieds, qui, jointe à la charge résultante du poids des voûtes & arcs doubleaux, qui est 1520, donnera environ 1600 pour la charge totale de cette colonne.

Comme cette charge est assez considérable pour qu'on ne cherche pas à l'augmenter, je la prendrai pour la mesure commune de la charge que l'on peut faire porter à chacune des autres colonnes [31];

[30] Pour connoître la poussée des grands arcs doubleaux (fig. 9), cherchez le cube de l'arc AB, que vous trouverez de 153 pieds : la puissance agissante suivant la direction BC, étant ici au poids comme 5 est à 7, on aura cette puissance BC $= \frac{153 \times 7}{5} = 214$.

Après avoir tiré BE & fait le parallélogramme FD, on trouvera que la puissance BD, qui agira suivant cette direction BE, sera $= 154$, & que l'effort que fera cette puissance suivant l'horisontale EG $= \frac{154 \times EG}{BE} = \frac{154 \times 6\frac{1}{2}}{28} = 36$.

Pour connoître la poussée des tribunes, il faut, après avoir trouvé le cube de la partie de la voûte qui forme le coin qui est de 40 pieds, chercher l'effort qu'il fait suivant la direction KN, on le trouvera $= 56$, qui n'est pas à beaucoup près égal à la poussée du grand arc, que l'on vient de trouver $= 214$: ainsi, pour mettre ces deux puissances en équilibre, ce qui est essentiel pour détruire les poussées horisontales qui tendent à renverser les colonnes, il faudra placer un arcboutant KM qui cubera 34 pieds, & qui agissant avec la force d'un coin, fera effort de $\frac{34 \times 7}{5} = 48$, il restera donc encore une force de 110 à emprunter du poids du dôme ; & ce poids qui agira aussi comme un coin, sera par conséquent $\frac{110 \times 5}{7} = 79$.

(31) On trouve dans la Table précédente que le total du cube porté par les colonnes B, H, K, O, G, R, Æ, E, Z, L, N, M, S, V, est $154 + 154 + 757 + 80 + 80 + 698 + 698 + 720 + 720 + 1038 + 1214 + 1214 + 1390 + 1390 = 10307$.

On a vu ci-devant (Note 14) que le quart du cube du dôme est 32469 pieds; à quoi ajoutant le cube d'un des pannaches & des parties accessoires, qui est 3042 pieds, on aura 35511 pieds pour le poids, qui doit être porté tant par les colonnes voisines que par les murs; & comme les colonnes en portent 10307, il en restera 25204 pieds, que l'on peut faire porter par les arcboutants qui peuvent être placés derriere les pendentifs : si l'on fait porter à l'arcboutant KL (Fig. 7) la moitié du poids, parce qu'il est placé le plus avantageusement, il supportera 12602 pieds, & chacun des deux autres arcboutants BM, HN en supportera le quart, qui est 6301 pieds.

J'ai supposé que l'arcboutant du milieu KL (Fig. 7) étoit incliné de 45 degrés, & qu'il soutiendroit une portion du dôme de 12602 pieds cubes : pour trouver la direction qui résulte de celle-ci le long des murs de l'Eglise, prolongez la diagonale

au moyen de quoi, pour qu'elles soient toutes également chargées, il faudra leur faire porter des portions du poids du dôme, égales au cube marqué dans la sixieme colonne de la Table de la Note précédente : la partie du dôme que porteront ces colonnes, en ne les chargeant chacune que de 1600 pieds, n'étant gueres que le tiers du total, il faudroit, pour porter le reste, construire derriere chaque pannache trois forts arcboutants sur les diagonales BDM, KL, HTN du plan, tels qu'ils sont marqués en profil dans les Figures 10 & 11, où l'on voit que la direction moyenne de leur inclinaison, suivant les lignes RQ, BE, peut être sur l'angle de quarante-cinq degrés.

KL en h, élevez sur cette ligne la perpendiculaire Lb à volonté, prenez La = Lb, & tirez la ligne ab, tirez encore la perpendiculaire au sur aL qui rencontre le parement intérieur du mur au point u; prenez ensuite LO = Lb, & tirez ou, cette ligne sera la direction qu'aura la puissance le long des murs; prenez ensuite, dans la Figure 11, LE, que vous porterez de T en U, Fig. 8, pour avoir le point U, par où vous tirerez UK, qui sera la direction de la poussée.

Pour avoir l'expression de la force résultante du poids du dôme, prenez (Fig. 7) ba que vous porterez de L en h, tirez hi parallele & égale à au, tirez ensuite Lj & faites le parallélogramme Lqht, vous aurez le rapport de la poussée de l'arcboutant à la puissance résultante le long des murs :: Lh, Lt, ou :: 10 . 6. Ainsi le poids étant de 12602; à quoi ajoutant 998 pour le poids de l'arcboutant, on aura 13600: la force sera donc $\frac{13600 \times 6}{10}$ = [illegible]60; & cette force agissant comme un coin pcf (Fig. 8) son effort sera $\frac{8160 \times cf}{cv} = \frac{8160 \times 17\frac{1}{2}}{10} = 14280$; mais il faut remarquer que cet effort, qui est dirigé suivant la ligne UK, tend seulement à charger les fondations, sans pouvoir renverser le mur.

On trouvera de même que la direction de la poussée des arcboutants HN, BM le long du mur, se fera suivant la ligne qm (Fig. 8.) Tirez (Fig. 7) Mn parallele à Lt, & Nm parallele à Lj, & faites les parallélogrammes no, om, vous aurez le rapport de la poussée des arcboutants à la puissance résultante le long des murs :: Mp . Mn ou :: 5 . 6 : ainsi le poids que portent ces arcboutants étant 6301, la force sera $\frac{6301 \times 6}{5} = 7561$; cette force agissant comme un coin, sera comme ci-dessus $\frac{7561 \times 17\frac{1}{2}}{10} = 13230$; mais cette poussée n'est pas, comme la précédente, dirigée contre les fondations, elle tend à renverser le mur, & son bras de levier est (Fig. 8) Km = 7 pieds; par conséquent son énergie sera 92610. A l'égard de la puissance résistance, ce sera le poids du mur entier depuis N jusqu'en C (Fig. 7) qui a 64 pieds de longueur & qui cube 23088 pieds, qu'il faut multiplier par son bras de levier 32, on aura 738816 pour l'énergie de la puissance résistante, qui est plus de sept fois plus considérable que l'énergie de la puissance agissante.

L'arcboutant KL (Fig. 7) qui pousse suivant la direction LH, ne sera pas contrebuté par une force directe; mais les murs de l'Eglise LG, LV, en tiendront lieu & feront le même effet: les arcboutants BM, HN ne seront pas non plus contrebutés par des puissances directes; mais les murs MV, Mo seront opposés à la force DM, & les murs NS, No seront opposés à la force TN. Les forces No, Mo, qui sont directement opposées & égales, se détruiront; & la poussée de ces arcboutants fera tout son effort contre la longueur des murs, ainsi que celle de l'arcboutant KL.

On trouvera dans les Notes que la poussée des arcboutants BM, HN se fera le long des murs suivant la direction qm (Fig. 8,) & qu'elle n'est que le septieme au plus de la résistance du poids du mur. La poussée de l'arcboutant KL se fait le long du mur suivant la direction UK; mais la résistance que lui oppose le mur, est bien autrement considérable que celle qu'il oppose aux autres arcboutants : ici cette poussée agit sur les fondations mêmes en K, & ne peut aucunement renverser le mur, puisque son bras de levier est nul & même qu'il peut être négatif.

Après avoir trouvé le poids du dôme que chaque arcboutant doit supporter, il n'est plus question que de chercher la forme & l'étendue de ces arcboutants : elle dépend de la partie horisontale du plan de la tour qu'ils supporteront, qui doit toujours être relativement proportionnelle à leur charge; & l'on trouvera [32]

[32] Comme l'arcboutant MK (fig. 9) ne soutient que 79 pieds, je suppose qu'il supporte seulement un pied quarré du plan de la tour : on trouvera que les colonnes HB, qui en doivent supporter 154 pieds, supporteront 2 pieds quarrés de ce plan; que les arcboutants des colonnes R, Æ, en supporteront 8 pieds trois quarts; ceux des colonnes EZ en supporteront 9 pieds; celui de la colonne K en supportera 9 pieds & demi; celui de la colonne L, 13 pieds; ceux des colonnes NM, 15 pieds un quart, & ceux des colonnes SV, 17 & demi: on trouvera aussi que le gros arcboutant placé sur la diagonale KL, qui doit supporter 12602 pieds cubes du poids du dôme, doit supporter une partie de son plan de 157 pieds & demi, & les autres arcboutants BM, HN, chacun 78 pieds; & comme ces arcboutants sont joints à ceux des colonnes N, S, qui doivent soutenir une surface horisontale du plan = 32 pieds trois quarts, ils supporteront chacun une surface de 110 pieds; & l'arcboutant KL étant joint à celui qui

que l'arcboutant de la Figure 11 doit avoir sept pieds d'épaisseur, celui de la Figure 10 six pieds & demi, les arcboutants Ee Dd (Fig. 8) auront environ deux pieds de largeur sur trois pieds d'épaisseur; ainsi des autres.

On voit, dans les Figures 8 & 9, de grands arcboutants af peu inclinés, qui serviroient à contrebuter le dôme & à porter la poussée contre les massifs qui sont aux extrémités de l'Eglise; ces arcboutants porteroient encore quelque partie du poids du dôme : mais je n'y ai pas eu égard.

On voit aussi, par les Figures 10 & 11, la maniere dont on doit lier les arcboutants avec la tour, par différents redents contre lesquels s'appuient les diverses parties qu'ils soutiennent.

Comme je me suis proposé de donner diverses applications des principes à l'art de la construction, j'examinerai encore l'effet de la poussée des plates-bandes qui portent sur les colonnes : on sait que l'effort de ces sortes de voûtes plates est très-considérable, & depuis qu'on en fait usage dans nos édifices modernes, on a cru ne pouvoir les pratiquer qu'en y employant une quantité prodigieuse de fers & de tirants, pour contrebuter leur poussée & même pour porter leurs claveaux.

Mais il ne paroît pas que l'on ait encore saisi les vrais principes suivant lesquels on doit diriger leur construction : la grande difficulté n'est pas d'opposer à leur poussée des résistances suffisantes, on a des moyens pour cela; mais il s'agit principalement de les empêcher de se courber en contre-bas; & la chose n'est pas facile.

porte sur la colonne L qui doit soutenir une surface horisontale du plan de 13 pieds, en portera 170 pieds & demi : si cet arcboutant (Fig. 11) a 25 pieds de hauteur C, la longueur AG du plan de la tour qu'il supportera, sera aussi de vingt-cinq pieds, par conséquent sa largeur sera $\frac{170}{25} = 7$ pieds environ.

On trouvera de même que l'arcboutant AC (Fig. 10) aura 17 pieds de hauteur, & que sa largeur sera $\frac{110}{17} = 6\frac{1}{2}$.

On trouvera aussi que si l'arcboutant Ee (Fig. 8) a trois pieds d'épaisseur, il aura deux pieds & un septieme de largeur; que si l'arcboutant Dd a aussi trois pieds d'épaisseur, il faudra lui donner deux pieds & un douzieme de largeur; ainsi des autres.

Dans les voûtes ordinaires les vousſoirs ſe ſoutiennent en partie les uns & les autres, parce que leur centre de gravité forme une ligne courbe, & l'on peut même les conſtruire ſuivant une courbure qui ſeroit telle que, quand même ces vousſoirs ſeroient exactement polis, ou qu'ils ne ſe toucheroient que par un point, comme des boules, la voûte n'en ſubſiſteroit pas moins : cette courbure eſt celle que formeroit une chaînette non tendue & attachée par ſes extrémités; mais on démontre auſſi qu'il faudroit une force immenſe pour ſoutenir cette chaînette horiſontalement & en ligne droite, & c'eſt, à ce que je penſe, la même raiſon pour laquelle il faut une force conſidérable pour ſoutenir une plate-bande, qui n'eſt qu'un compoſé de claveaux dont les centres de gravité ſont dans une ligne horiſontale.

Il faut donc, dans la conſtruction de ces eſpeces de voûtes, faire enſorte que le centre d'impreſſion des différents claveaux s'éloigne de la ligne horiſontale autant qu'il eſt poſſible; & à cette occaſion j'indiquerai un moyen de conſtruire des plates-bandes, qui me paroît remplir cet objet : il ne s'agit (Fig. 12) que de faire une voûte en arc avec une clef pendante juſques au niveau du deſſous des architraves; cette clef & les ſommiers doivent avoir leurs joints taillés en croſſettes, pour recevoir des plafonds taillés de même. On peut faire ces plafonds de médiocre épaiſſeur, & l'intervalle qui ſe trouveroit entre eux & les vouſſoirs des arcs, pourroit être garni à la légere, ou même faire partie des claveaux, en faiſant les joints perpendiculaires & en élégiſſant la pierre par derriere juſqu'à la hauteur des joints en coupe.

Si l'on craignoit que la clef pendante ne vînt à ſe caſſer, on pourroit retenir les abouts des plafonds des architraves, par des bandes de fer GF, arrêtées par le deſſus avec des clavettes; il ne ſeroit pas néceſſaire de faire ces bandes de fer fort épaiſſes, puiſque la charge des plafonds ſeroit médiocre : on pourroit de cette maniere faire des plates-bandes de onze pieds de portée, avec des pierres de cinq pieds de longueur.

Si l'on compare la poussée de ces sortes de plates-bandes avec celles que l'on a employées dans les édifices modernes, qui sont ordinairement composées d'un double rang de claveaux qui occupent l'architrave & la frise; on trouvera [33] que si celles de l'Eglise de Sainte-Genevieve sont construites de cette maniere, leur poussée horisontale sera de 173 pieds, & qu'en les construisant suivant la maniere que je viens d'indiquer, leur poussée ne seroit que de 80 pieds, par conséquent plus de moitié moindre.

On a vu ci-devant (Note 30) que la poussée horisontale des arcs doubleaux n'étoit que de 36 pieds, & qu'en employant les plates-bandes qui sont en usage, la poussée seroit de 173 pieds; par conséquent elles tendroient à renverser les colonnes O & G (Fig. 7) qu'elles poussent au vuide, & qui ne sont pas assez chargées pour résister à cette poussée : car on trouve par le calcul [34], que l'énergie de la puissance résistante qui est formée par le poids de la colonne & de sa charge, n'est pas les deux tiers de celle de la puissance agissante. Si au contraire on employoit les plates-bandes légeres, on trouve aussi par le calcul [35]

[33] Les plates-bandes construites de cette façon cuberont 200 pieds : la poussée qui se fait dans la direction horisontale sur les sommiers des plates-bandes, étant au poids de la plate-bande comme la hauteur du triangle équilatéral est à son côté, ou environ comme 15 est à 13; on aura ici cette poussée $\frac{200 \times 13}{15} = 173$.

Si l'on construisoit les plates-bandes que j'ai indiquées, on trouveroit que la poussée horisontale, qui est égale au poids de la partie de voûte DA, de la moitié de la clef, de la moitié du plafond & des revêtemens à la légere, seroit ici de 80 au lieu de 173.

[34] Pour trouver l'effort que produiroit l'excédent de poussée d'une plate-bande massive sur celle du grand arc doubleau, (Fig. 9) il faut multiplier cet excédent qui est 136 par la hauteur de la colonne $H = 38$, & l'on aura 5168 pour l'énergie de la puissance agissante : à l'égard de la puissance résistante, elle est produite par le poids dont est chargé la colonne $O = 1600$; à quoi il faut ajouter le cube de cette colonne $= 372$, on aura 1972, qu'il faut multiplier par la moitié du diametre de la colonne $= 1\frac{3}{4}$, on aura 3451 pour l'énergie de la puissance résistante qui est à peu près les deux tiers de celle de la puissance agissante.

[35] En employant les plates-bandes légeres où la poussée n'est que de 80, & en multipliant cette poussée par la hauteur de la colonne $= 38$, on aura 3040 pour l'énergie de la puissance agissante, qui est alors moindre que celle de la puissance résistante.

que l'énergie de la puiſſance agiſſante eſt moindre que celle de la puiſſance réſiſtante, & par conſéquent que ces plates-bandes ſe ſoutiendroient ſans avoir beſoin de tirants de fer.

Je n'ai conſidéré que l'une des plates-bandes qui pouſſe de H en O (Fig. 7), tandis que celle qui pouſſe de T en O tend avec la premiere à renverſer la colonne ſuivant la diagonale KO; mais comme les arcs eO, PO, tendent auſſi à contrebuter cette pouſſée ſuivant la même diagonale, on voit que l'un revient à l'autre, puiſqu'il n'eſt queſtion que d'établir un rapport.

Si l'on veut employer des tirants pour retenir la pouſſée des plates-bandes, il faut faire attention qu'il ne ſeroit néceſſaire d'en mettre qu'à quelques-unes, & qu'il ſeroit abſolument inutile d'en mettre à d'autres : pour retenir la colonne O, on placeroit deux tirants HO & OT; & en ſuppoſant ces tirants aſſez forts pour réſiſter à la pouſſée, les colonnes H, O, ſeroient en équilibre : il n'en eſt pas de même des colonnes O, T; car lorſqu'elles ſeront liées par leurs axes, il y aura encore la moitié de la plate-bande TL qui pouſſera au vuide, il faudroit donc encore lier enſemble les colonnes TL, & même placer un ancre dans le mur en M.

Il faut obſerver qu'au lieu des tirants TL, LM, DL, LN, il ſuffiroit d'en mettre un ſeul de T en D; mais, pour qu'il fît ſon effet, il faudroit que la plate-bande KT pouſsât deux fois plus que la plate-bande LT, parce que l'effort de cette plate-bande eſt anéanti par celui de la plate-bande RT, qui a ſon point d'appui contre les maſſifs qui ſont au fond de l'Egliſe : on peut donner à cette plate-bande une pouſſée double, ſoit en faiſant un arc rampant, ſoit par un arcboutant qui ſoutiendroit une partie du dôme.

Comme la plate-bande DG pouſſe auſſi au vuide en G, on voit que par le moyen du tirant TD tous les efforts ſont contrebutés, & qu'il ſuffit de lier enſemble les colonnes HOTDGB, tous les autres tirants, à l'exception de ceux qui lieroient les colonnes R, E, avec les murs, ſeroient de nul effet.

Je n'ai point prétendu, en donnant pour exemples les divers moyens de construction dont j'ai parlé, que l'on fût obligé de les employer à l'Eglise de Sainte-Genevieve, j'ai même prouvé ci-devant que l'on pouvoit s'en passer, & je suis persuadé que l'on en pourroit trouver beaucoup d'autres qui feroient le même effet. Je proposerai de même quelques moyens pour diminuer la poussée de la voûte de la coupole, & je ferai observer à cet egard que, comme ces sortes de voûtes ne peuvent écarter les piédroits qu'après avoir formé des lésards du haut en bas, ces ruptures seront d'autant plus difficiles à se faire, que les parties de la tour seront mieux liées : il seroit donc à propos de cramponner toutes les pierres du tambour au dessus des fenêtres, pour former autant de chaînes qu'il y auroit d'assises; ces chaînes feroient le même effet que les cercles de fer que l'on y met ordinairement. On pourroit encore, pour remplacer ces cercles de fer, encastrer d'un ou de deux pouces les assises les unes dans les autres, en mettant le plein sur le joint, ce qui formeroit encore d'autres especes de chaînes de pierre, où l'on n'emploieroit aucuns crampons, & qui feroient cependant le même effet que les assises cramponnées; enfin on pourroit employer ces trois moyens ensemble.

On pourroit aussi diminuer considérablement la poussée de la voûte de la coupole, en ne construisant en pierre de taille que huit arcs doubleaux (Fig. 13) qui seroient dirigés contre des contre-forts qui auroient au moins dix pieds de longueur, non compris les colonnes, & qui par conséquent seroient capables de résister à une très-forte poussée, & en regardant ces arcs comme les ogives d'une voûte gothique; on construiroit à la légere & à double courbure les intervalles qui seroient entre eux, en les faisant servir de point d'appui; on pourroit encore y pratiquer des nervures & des tiercerons, & ne donner alors aux voussoirs des parties intermédiaires que cinq à six pouces d'épaisseur, en les faisant en brique ou en pierre, ou même en matiere plus légere, telle que certaine espece de tuf; & après avoir recouvert le tout d'une bonne chappe de ciment

ciment, on y placeroit les gradins en dalles : pour diminuer le poids, on pourroit employer pour couvrir ce dôme, au lieu de dalles, des tables de plomb ou de cuivre, ou même des gradins en fer coulé & de peu d'épaisseur, qui ne peseroient pas plus que de la tuile ordinaire.

Il faut observer que l'on peut prendre la naissance des arcs de cercle de la grande voûte, jusques au dessous du socle; ce qui la surhausseroit considérablement & diminueroit de beaucoup sa poussée, puisque l'on retrancheroit entiérement les piédroits. Cette maniere de voûter, dans le genre gothique, épargneroit plus de la moitié des matériaux, & par conséquent diminueroit de moitié le poids de la voûte, la poussée se faisant uniquement contre les contre-forts qui ont près de treize pieds d'épaisseur, en y comprenant les colonnes; il seroit inutile de donner aux murs du tambour plus de deux pieds d'épaisseur. On voit assez que ces especes de voûtes ne sont pas moins solides que les voûtes massives, & que l'art de cette construction ne consiste qu'à diviser une grande surface en plusieurs petites, que l'on peut alors voûter avec de petits matériaux; ces matériaux sont portés par les nervures & ogives, à qui il est nécessaire seulement de donner une épaisseur un peu grande & des buttées convenables.

Si l'on a prouvé ci-devant que les murs de l'Eglise & les colonnes étoient capables de porter, sans le secours des piliers, un dôme construit dans le genre massif; à plus raison est-il démontré évidemment qu'il seroit porté & établi très-solidement sur ces mêmes colonnes, s'il étoit construit avec des nervures & des ogives, qui seroient ici d'autant plus convenables, que la voûte inférieure empêcheroit qu'elles ne fussent apparentes, & qu'on les emploieroit dans la vue de décharger les voûtes de l'Eglise.

CONCLUSION.

Sous quelque point de vue que l'on considere l'exécution de la coupole de l'Eglise de Sainte-Genevieve, on doit donc être bien convaincu que les principes mathématiques que l'on a appliqués à la théorie des voûtes, & les exemples que l'on a mis en parallele, bien loin de servir à prouver que les piliers de cette Eglise *sont d'une disproportion trop manifeste pour porter son dôme*, servent au contraire à démontrer jusqu'à la derniere évidence que ces mêmes piliers pourroient supporter un dôme beaucoup plus considérable que celui-ci.

L'on a vu que des deux voûtes de ce dôme, celle qui est fort surmontée, a peu de poussée; que l'autre qui s'appuiera contre le bas de la tour, agira avec très-peu d'efficacité, & que les deux ensemble ne feront pas autant d'effort pour renverser les piédroits, que celle d'après laquelle M. Patte a fait ses calculs & fondé ses objections : on a même démontré que les murs de la tour, joints aux avant-corps, produiront une résistance qui seroit presque le triple de l'action de la poussée de ces voûtes, & que quand même les piliers qui doivent supporter les grandes arcades du centre de l'Eglise & son dôme, seroient isolés, la résistance qu'ils opposeroient par leur propre poids seroit encore plus du double de la poussée : l'on a vu aussi que le poids du dôme & la poussée des arcs peut être distribuée sur toutes les colonnes & sur tous les murs de l'Eglise suivant la direction de leur longueur, ce qui donneroit des contre-forts immenses qu'aucune force résultante des constructions ne pourroit renverser.

J'ai cherché à faire voir, par divers exemples, comment on peut faire usage des Sciences mathématiques, en appliquant leurs principes à l'art de la construction des Edifices : peut-être que si l'on s'attachoit à raisonner de cette maniere sur les constructions, & à apprécier les projets avant que de les exécuter, ce seroit le meilleur moyen de tendre à la perfection de cet Art; on sauroit du moins ce que

l'on peut oser, & l'on ne donneroit rien au hasard. Nous ne pouvons nous dissimuler que la multiplicité & la grosseur des colonnes ou des piliers placés dans l'intérieur de nos Temples ne soient un défaut, en ce qu'ils retrécissent l'espace & cachent au Peuple les cérémonies de l'Eglise : ainsi celui qui aura trouvé le moyen de construire un Edifice d'une vaste étendue, dont les voûtes seront soutenues dans l'intérieur par le moins de supports possibles, en les multipliant à l'extérieur autant qu'il sera nécessaire pour lui donner la solidité convenable, aura rempli le but que l'on doit naturellement se proposer dans un semblable projet.

Les Architectes des Eglises de Sainte-Genevieve & de la Magdeleine, qui les premiers ont abandonné la forme des arcades employées par les modernes dans la construction de presque toutes les grandes Eglises, feront sans doute époque dans l'histoire du goût de l'Architecture : ils sont en butte à la critique; mais de tous les temps ceux qui se sont écartés des usages reçus, ont éprouvé le même sort. On sait les contradictions qu'essuya Bullet pour la construction du Quai Pelletier, qu'il a fait en saillie sur la Riviere, & combien on suspecta le projet de Perrault pour les plates-bandes du péristile du Louvre : le succès a justifié l'un & l'autre de ces Artistes célebres, & justifiera de même ceux-ci; on leur aura l'obligarion de nous avoir ramenés à la pureté & à l'élégance de l'Architecture grecque, en la conciliant avec les exemples savans que nous ont laissé les Architectes goths pour l'art des constructions.

Enfin, sans refuser aux Michel-Ange, aux Fontana, aux Wren, aux Mansard & à tous les célebres Architectes qui ont construit des dômes, le tribut de louanges qu'ils méritent, il est permis sans doute de comparer les moyens qu'ils ont employés pour élever des voûtes, avec les principes de la théorie; & de croire que les ouvrages qu'ils nous ont laissés, seroient plus admirables encore, s'ils eussent pu les combiner d'après ces principes.

FIN.

APPROBATION.

J'AI lu par ordre de Monseigneur le Chancelier, le Manuſcrit intitulé, *Mémoire ſur l'application des principes de la Méchanique à la conſtruction des voûtes*, & j'en crois l'impreſſion très-utile. A Paris, ce 12 Janvier 1771.

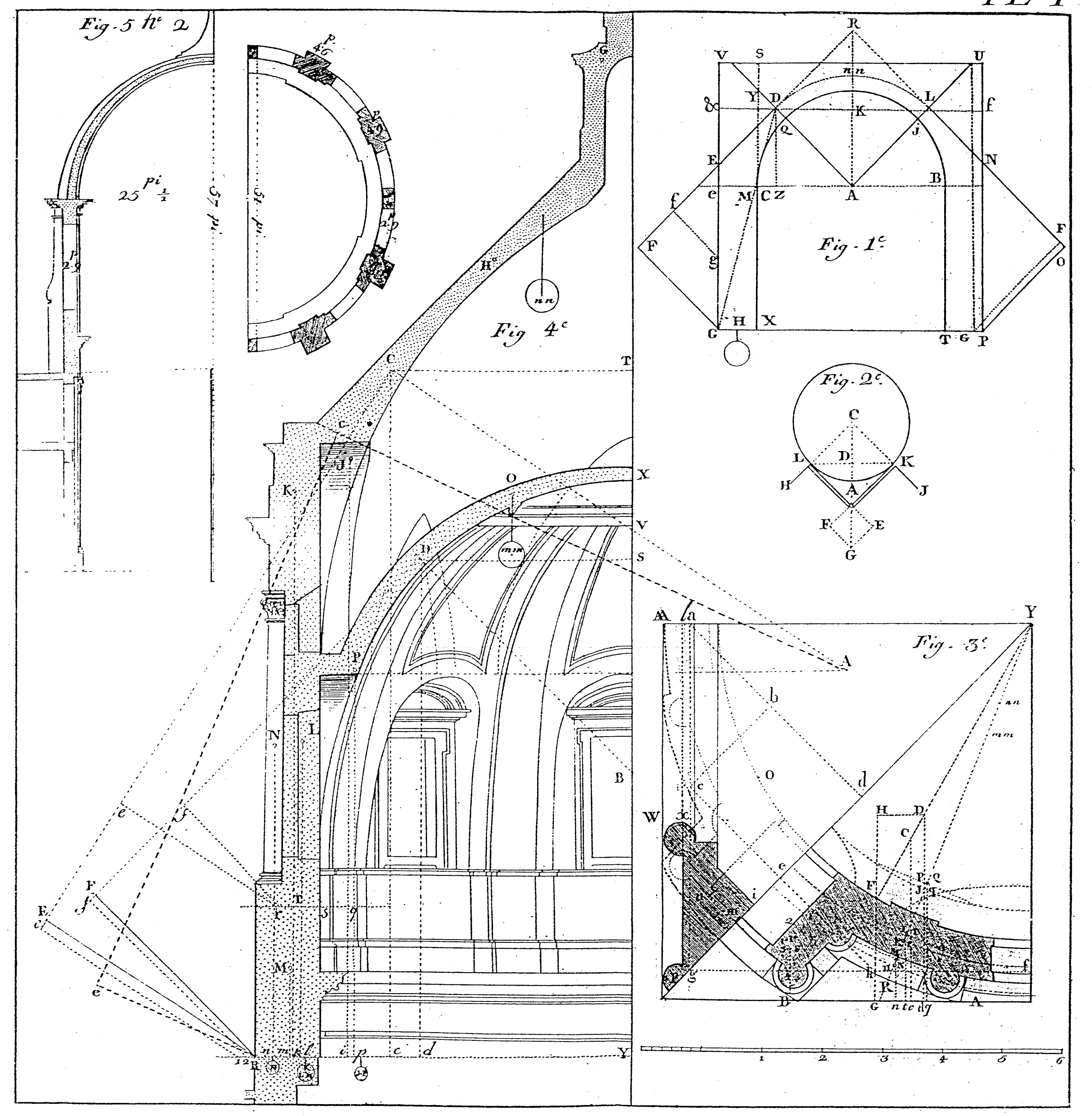
COCHIN.

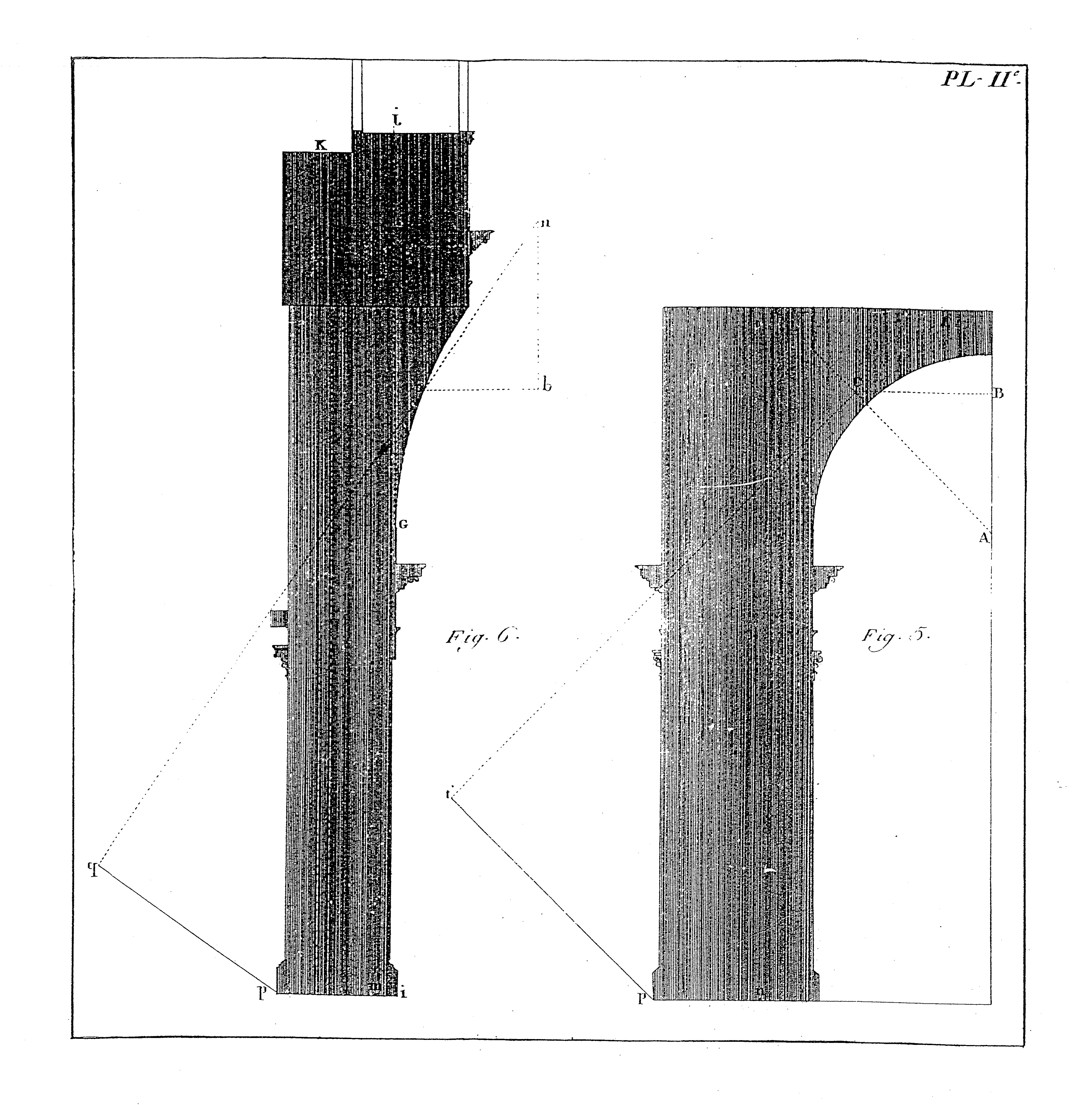
ERRATA.

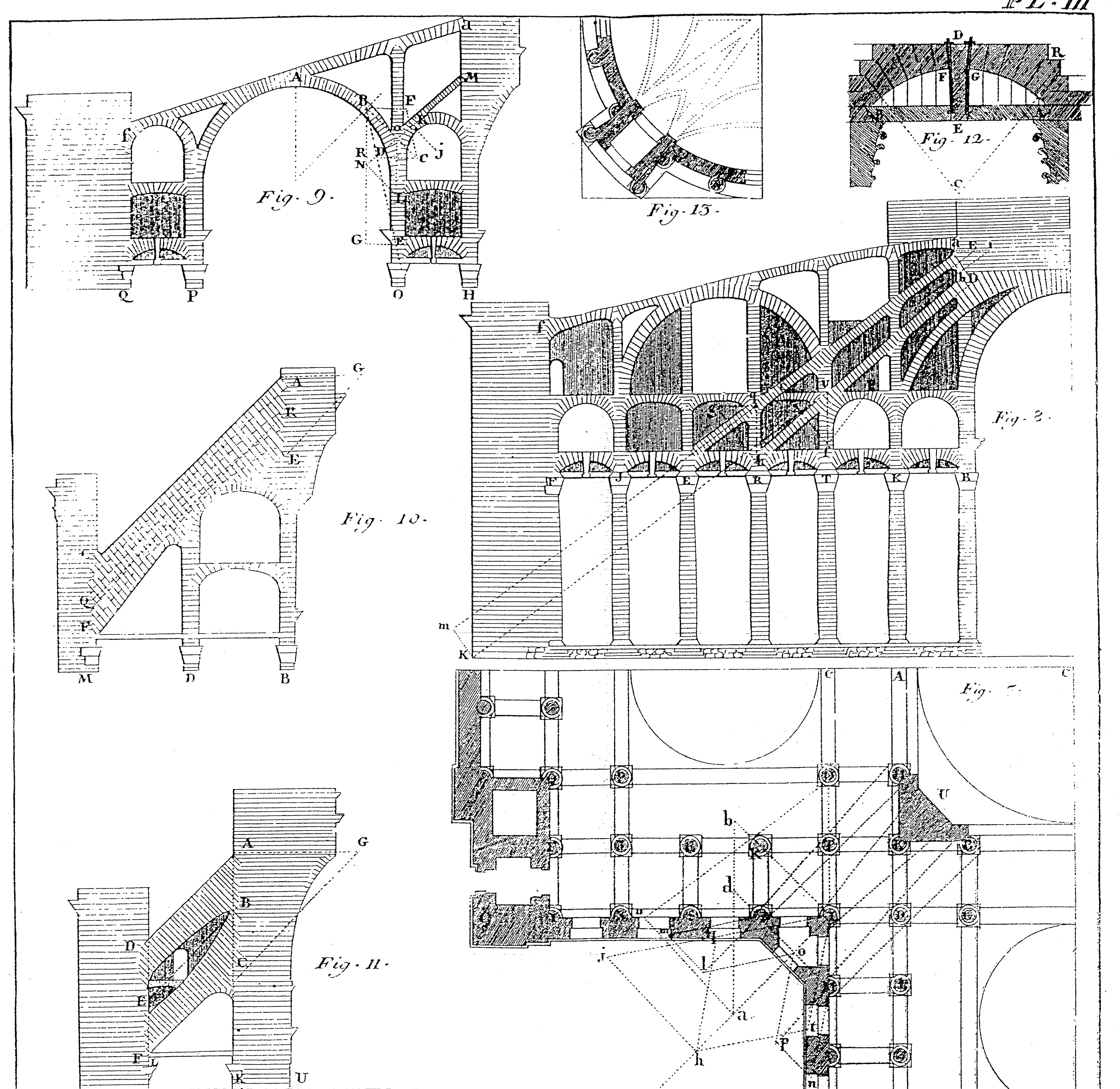
PAGE 47, ligne 5, plus du triple : *liſez* le triple.

Page 49, ligne 12, au milieu : *liſez* au deſſous du milieu.

Page 56, ligne 15, DE : *liſez* DM.


Fig. 5 no 2
Fig 4e
Fig. 1e
Fig. 2e
Fig. 3e


PL. II.e
L
K
n
b
G
q
p
m
i
Fig. 6.
B
A
t
p
n
Fig. 5.


Fig. 9.
Fig. 13.
Fig. 12.
Fig. 8.
Fig. 10.
Fig. 7.
Fig. 11.